

平成 29 年度 修士論文

軽水炉燃料の燃焼中における反応度
の不確かさの定量化に関する研究

原子炉工学

奥村 晋太郎

北海道大学大学院 工学院

エネルギー環境システム専攻

目次

1	序論	2
1.1	背景	2
1.2	反応度と中性子増倍率	2
1.3	燃焼度クレジットと不確かさの定量化	2
1.4	汎用炉物理解析コードシステム CBZ の開発	3
1.5	目的	3
2	燃焼計算の離散化誤差低減手法の検討	4
2.1	燃焼計算における離散化誤差	4
2.2	予測子・修正子法	4
2.3	重み付け予測子・修正子法	4
2.4	最適重み付け予測子・修正子法	5
2.5	計算条件	6
2.6	計算結果	8
3	CBZ による燃焼計算の妥当性	13
3.1	燃焼計算の基礎	13
3.2	CBZ の燃焼計算機能	13
3.3	計算条件	14
3.4	計算結果	16
4	不確かさの定量化手法	26
4.1	核データの不確かさ	26
4.2	中性子増倍率の不確かさ	26
4.3	感度係数を用いる不確かさ計算手法	26
4.4	感度係数の計算	28
5	簡易化した燃焼チェーンを用いた不確かさ計算における核データの共分散行列	31
5.1	燃焼チェーン	31
5.2	核データの不確かさ情報	31
5.3	ランダムサンプリング法	31
5.4	計算条件	32
5.5	計算結果・考察	32
6	中性子増倍率の不確かさの定量化	38
6.1	計算条件	38
6.2	計算結果	39
7	結論	61

1 序論

1.1 背景

原子力発電の短所として挙げられるのが核燃料の取扱いの難しさである。核燃料は放射性物質を含むため、その取扱いには被曝のリスクがある。現在の日本で特に問題となっているのが、使用済み燃料の蓄積に対応できるだけの設備や施設が整っていないことである。この問題に対処するため、最近では中間貯蔵施設が稼働することとなった。しかし依然として使用済み燃料貯蔵容量に余裕のないサイトも存在し、使用済み燃料貯蔵対策は重要な課題の一つである。さらに、六ヶ所再処理施設の使用済み燃料受け入れ貯蔵及び溶解槽の運転管理において経済性向上を目指した合理化が望まれている。現状では、多くの設備・施設において合理的な使用済み燃料貯蔵の検討が進められている。

使用済み燃料は原子炉外で臨界状態になってしまうと周囲への影響は甚大なものとなると予想されるため、輸送・貯蔵の際に再び臨界に達することは防がなければならない。そのため、使用済み燃料の輸送・貯蔵に係わる設備や施設は再臨界を防止するよう設計されている。燃料が臨界に達しないことは臨界安全評価により確かめられる。核燃料は原子炉の運転に伴い組成を時々刻々と変化させるため、使用済み燃料は新しい燃料と同じ状態ではない。この現象は核燃料の燃焼と呼ばれ、基本的に核燃料は燃焼されるほどに臨界に達しにくくなる。ところが、我が国の使用済み燃料の臨界安全評価では、燃料を全く燃焼されていないと仮定する新燃料仮定が長く用いられてきた。つまり、過剰な安全評価がなされてきたということである。そこで、使用済み燃料の輸送・貯蔵に係わる設備等の設計に適正な安全尤度を取り入れることで、より合理的な燃料輸送・貯蔵が見込まれている。過剰を排した適正な安全尤度を設計に取り入れられれば、主として経済性の向上が見込まれ、安全性の向上にもつながる。具体的には、現状の使用済み燃料貯蔵設備における燃料の間隔を狭めることで、貯蔵容量を増大させ、輸送回数を減らすことができる。輸送回数を減らすことにより公衆被曝のリスクを小さくすることにもなる。実際に六ヶ所再処理施設では、過剰な評価を改めた燃料管理が行われている。このように使用済み燃料の輸送・貯蔵における経済性、安全性の向上のため、臨界安全評価の見直しが望まれている。

1.2 反応度と中性子増倍率

原子炉内の消滅する中性子に対する生成する中性子の割合を中性子増倍率という。臨界状態では、中性子の収支は一定に保たれるため、中性子増倍率は1となる。中性子増倍率の大小で臨界状態からどれだけずれているかを表すことができる。中性子増倍率を k とすると、反応度 ρ は次の式で定義される。

$$\rho = \frac{k - 1}{k} \quad (1.1)$$

これらのパラメータは同様の指標として扱って差し支えない。本稿では、中性子増倍率を反応度と同義として用いることとする。

1.3 燃焼度クレジットと不確かさの定量化

使用済み燃料の輸送・貯蔵設備の設計に適正な安全尤度を取り入れるためには、燃焼度クレジットを導入することが望ましい。燃焼度クレジットとは、燃焼により中性子増倍率が低下する効果を臨界安全評価において考慮することである。新燃料仮定では新燃料が臨界とならないように評価されるのに対し、燃焼度クレジット

を導入した場合は燃焼後燃料が臨界とならないように評価することとなる。燃焼度クレジットを導入するには、燃焼後の系が臨界からどれだけ離れているか、つまり燃焼後の系の中性子増倍率を知る必要がある。実際には、中性子増倍率は数値計算によって求めることになる。しかし、数値計算によって求められる中性子増倍率は不確かさを内包している。そこで中性子増倍率が内包する不確かさを定量的に知る必要がある。

中性子増倍率に不確かさを生じさせる主な要因の一つは、入力となる核データの不確かさである。そのため核データによる中性子増倍率の不確かさの定量化が求められている。静特性パラメータの不確かさの定量化は既に多くの研究がなされたが、燃焼特性パラメータの不確かさの定量化は依然として広く研究されている。つまり中性子増倍率の不確かさに関していうと、燃焼中の不確かさの定量化は十分になされていない。燃焼特性パラメータの不確かさの定量化手法として、ランダムサンプリング法と燃焼感度を用いる手法がある。ランダムサンプリング法は、核データの不確かさを再現した入力で計算を何度も行い、出力のばらつきを得る手法である。長所は、入出力間に何の仮定も必要としない点である。短所としては、確率論的手法であるため統計誤差を伴う点と計算負荷が大きい点が挙げられる。燃焼感度を用いる手法は、入出力間の関係を調べ、入力の不確かさによる出力の不確かさを求める手法である。統計誤差を伴わない、物理的現象の考察に適しているという長所がある。短所は、入出力間の線形関係を仮定する必要がある点である。近年の計算機性能の向上により、不確かさの定量化にはランダムサンプリング法が主に使われている。対して燃焼感度を用いる手法による不確かさの定量化は未だほとんど行われていない。できるだけ小さな計算コストで統計的不確かさを排除した不確かさを求めるため、本研究では、燃焼感度を用いる手法を採用した。

1.4 汎用炉物理解析コードシステム CBZ の開発

CBZ は当研究室で開発中のコードシステムである。原子炉内の様々な物理的現象を解析することができる。本研究で主に用いる機能としては、中性子輸送計算、感度係数の計算、燃焼計算である。燃焼感度を用いる不確かさ計算を行うことができる唯一のコードであるため、本研究ではCBZを用いることとした。

実際の原子炉は多くの種類の燃料を含む複雑な体系となっている。実際の原子炉の中性子増倍率の不確かさを知るためには、実機に近いモデルでの計算を行う必要がある。ところが、CBZの燃焼計算機能は一本の燃料ピンを模擬したピンセルモデルのみに対応していた。実機に近い複数の燃料ピンを模擬できるマルチセルモデルの燃焼計算機能が必要となった。さらに、マルチセルモデルでの燃焼計算は従来のピンセルモデルと比べ計算コストが大きいいため、実用上計算コストを低減する手段を考える必要があった。また、マルチセルの燃焼計算機能の妥当性が検証される必要があった。

1.5 目的

燃焼感度を用いた燃焼中の中性子増倍率における核データによる不確かさの定量化を目的とした。また、これに先立って、燃焼計算のコスト低減手法の検討及びCBZの燃焼計算機能の妥当性検証を行った。

2 燃焼計算の離散化誤差低減手法の検討

2.1 燃焼計算における離散化誤差

燃焼計算では燃焼時間ステップの離散化誤差が生じる。特に原子炉特性が急激に変化するような対象では大きな誤差が生じ、問題となる。例えば、可燃性毒物を含む体系である。計算の時間ステップを小さくすることで離散化誤差を小さくすることができるが、計算量が増える分、計算負荷は大きくなる。

CBZ では、複数セルモデルの燃焼計算機能の追加により、負荷の大きい計算を行うようになった。燃焼計算では、時間ステップ毎に中性子輸送計算もしくは拡散計算を行うため、一ステップ当たりの計算負荷の増大に伴い、燃焼計算の計算負荷がかなり大きくなる。そこで計算機性能や時間の制約上、計算コストを低減する必要があった。燃焼計算の計算コストを低減する方法として、精度を高くして時間ステップ数を減らすことが考えられる。

2.2 予測子・修正子法

燃焼計算の精度向上及び計算コスト低減手法として予測子・修正子 (Predictor-Corrector, PC) 法が挙げられる。PC 法は、1 回目の燃焼計算 (predictor 計算) で、ステップ終点の解の予測値を得た後、予測値を修正 (corrector 計算) してより高精度な解を得る手法である。通常の燃焼計算では、1 ステップにつき 1 回の燃焼計算が行われる。対して PC 法を用いた場合、1 ステップにつき 2 回の燃焼計算が行われる。ステップ始点の核種数密度を N_0 とし、ステップ終点の核種数密度 N を求める時、PC 法の適用は以下のように行われる。

1. ステップ始点の核種数密度 N_0 を基に反応率 R^p を計算
2. 求めた反応率 R^p を用いて燃焼計算を実施、 N^p を得る。
3. N^p を基に反応率 R^c を計算
4. 反応率 R^c を用いて燃焼計算を再度実施、 N^c を得る。
5. 求めるステップ終点の核種数密度 N を式 (2.1) もしくは式 (2.2) より得る。

$$N = \frac{N^p + N^c}{2} \quad (2.1)$$

$$\ln N = \frac{\ln N^p + \ln N^c}{2} \quad (2.2)$$

一般的に N^p と R^p 、 N^c と R^c の間には、それぞれ以下のような関係が成り立つため、式 (2.2) を用いる計算は反応率の相加平均における計算と同等である。

$$N^p = N_0 \exp(-R^p \Delta t) \quad (2.3)$$

$$N^c = N_0 \exp(-R^c \Delta t) \quad (2.4)$$

2.3 重み付け予測子・修正子法

PC 法より高精度な手法として重み付け予測子・修正子 (Weighted Predictor-Corrector, WPC) 法を考案した。WPC 法を考える上で、ステップ終点の核種数密度の真値は、 N^p と N^c の平均よりも N^c 側にあるこ

とに着目した。この根拠として、①可燃性毒物の反応率変化が線形でないこと、②corrector 計算で用いる反応率が推定値であることが考えられる。

まず、可燃性毒物の反応率変化が線形でないことによる誤差について説明する。燃焼計算において離散化誤差を生じさせる最も大きな原因となるのが、可燃性毒物の中性子吸収である。従って、離散化誤差の低減には、可燃性毒物の核種数密度を精度良く求めることが重要になる。可燃性毒物の燃焼中の数密度変化 $N(t)$ が次のように書けるとする。

$$N(t) \simeq N_0 \exp(-R^p t) \quad (2.5)$$

そして、可燃性毒物の反応率と核種数密度が負の相関を持つことが分かっている [1] ため、可燃性毒物の反応率が核種数密度の減少に対して線形で増加すると仮定する。そうすると、可燃性毒物の反応率変化 $R(t)$ は定数 β 、 γ を用いて以下のように仮定できる。

$$R(t) = -\beta N(t) + \gamma \quad (2.6)$$

従って $R(t)$ は以下のように書ける。

$$R(t) \simeq -\beta N_0 \exp(-R^p t) + \gamma \quad (2.7)$$

これより、可燃性毒物の反応率変化は、線形ではなく上に凸の形で変化することとなる。ステップ終点の核種数密度が真値となるときのステップ間の平均反応率を、反応率の真値と考えると、反応率の真値は、ステップ間の反応率の時間積分値を保存する平均反応率となるはずである。PC 法では、可燃性毒物の反応率変化を線形と仮定し、 R^p と R^c の平均した反応率を用いることによる誤差が生じている。実際には、反応率が上に凸の形で変化するため、ステップ間の平均反応率の真値は、 R^p と R^c の平均よりも R^c 側にあることになる。

次に、corrector 計算で用いる反応率が予測値であることによる誤差について説明する。PC 法では、corrector 計算は、predictor 計算により求めた核種数密度を基に予測した反応率を用いて行われる。predictor 計算で得た核種数密度は変化を追いきれず、真値より大きくなる。従って反応率を過小評価してしまうことになる。つまり、corrector 計算で用いるべき反応率は、 R^c より大きいはずである。従って、ステップ間の反応率の真値は、 R^p と R^c の平均よりも R^c 側にあるといえる。

以上より、反応率の真値は、 $\frac{R^p + R^c}{2}$ と R^c の間にあると考えられる。同様に、数密度の真値は、 $\frac{N^p + N^c}{2}$ と N^c の間にあると考えられる。これを踏まえ、式 (2.2) を基に、 N^c に重みを付けた以下の式で N を求め、精度向上を図った。

$$\ln N = \exp\left(\frac{\ln N^p + \omega \ln N^c}{1 + \omega}\right) \quad (2.8)$$

ここで、 ω はユーザーが指定する値となる。WPC 法は ω に計算精度が大きく依存する。式 (2.1) ではなく、式 (2.2) を基にした理由としては、 ω への計算精度の依存性をより少なくするためである。それでも、式 (2.8) による計算では実用上問題が発生する場合があるので、新しい方法として最適重み付け予測子・修正子法を考案した。

2.4 最適重み付け予測子・修正子法

WPC 法をより実用的にする手法として最適重み付け予測子・修正子 (Optimally-Weighted Predictor-Corrector, OWPC) 法を考案した。OWPC 法では①による誤差を低減するため、式 (2.7) に基づいて、反応

率の時間積分値を保存する平均反応率を R^{opt} とし、以下の式を満たすような重み ω_{opt} を定義した。

$$R^{opt} = \frac{\int_{\Delta t} R(t)dt}{\Delta t} = \frac{R^p + \omega_{opt}R^c}{1 + \omega_{opt}} \quad (2.9)$$

ω_{opt} を用いて、次の式で N を求めることにより、①による誤差の低減を図った。

$$N = \exp\left(\frac{\ln N^p + \omega_{opt} \ln N^c}{1 + \omega_{opt}}\right) \quad (2.10)$$

さらに、②による誤差を低減するため、因子 F_a を用いて、 ω_{opt} を大きくした $\tilde{\omega}_{opt}$ を以下のように定義した。

$$\tilde{\omega}_{opt} = 1 + (\omega_{opt} - 1) F_a \quad (2.11)$$

ここで、 F_a はユーザーが指定する値である。OWPC 法では、 $\tilde{\omega}_{opt}$ を用いた次の式で N を求めることとした。

$$N = \exp\left(\frac{\ln N^p + \tilde{\omega}_{opt} \ln N^c}{1 + \tilde{\omega}_{opt}}\right) \quad (2.12)$$

2.5 計算条件

計算モデルは、中心に Gd_2O_3 燃料、その周りに 8 本の UO_2 燃料を配置した 3×3 セルモデルを用いた。表 2.1 に各寸法を示す。全ての方向で境界条件は完全反射条件とした。なお、燃料ペレットと被覆管の間のギャップは無いものとして計算した。表 2.2、表 2.3 に UO_2 燃料、 Gd_2O_3 燃料の原子数密度をそれぞれ示す。 UO_2 燃料のウラン濃縮度は 4.1wt%、 Gd_2O_3 燃料のウラン燃料は 2.63wt% である。ガドリニウム濃度については、10wt%、8wt%、6wt%、4wt% の 4 種類を使用した。また、表 2.4、表 2.5 に被覆管、減速材の原子数密度をそれぞれ示す。ポイド率は 0% とした。表 2.6 に各領域の温度を示す。温度状態は高温状態とした。なお、 UO_2 燃料と Gd_2O_3 燃料は同じ燃料温度を使用した。断面積データは JENDL-4.0 から得た。使用した燃焼チェーンは JENDL/FPD-2011、FPY-2011 に基づいて作成された 138 核種の核分裂生成物で構成されるものとした。崩壊データは JENDL/FPD-2011、核分裂収率データは JENDL/FPY-2011 のものを使用した。参照解は燃焼ステップ幅を 0.01GWd/t として PC 法を適用した計算により得た。

燃焼条件は以下の通りとした。

- 線出力密度は 218W/cm で一定
- Gd_2O_3 燃料の燃焼領域は等面積で 8 分割
- 燃焼ステップ幅は 1GWd/t、0.5GWd/t、0.25GWd/t、0.1GWd/t の 4 パターン

表 2.1: ピンセル及び 3×3 セルモデルの寸法

内容	寸法 [cm]
燃料棒ピッチ	1.265
ペレット外径	0.824
燃料被覆管内径	0.824
燃料被覆管外径	0.952
案内管内径	1.100
案内管外径	1.160

表 2.2: UO₂ 燃料の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
U-235	9.349E-4
U-238	2.159E-2
O-16	4.505E-2

表 2.3: Gd₂O₃ 燃料の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]			
U-235	5.8944E-4			
U-238	2.1796E-2			
O-16	5.0129E-2			
	Gd 濃度 10wt%	8wt%	6wt%	4wt%
Gd-152	7.0725E-7	5.6580E-7	4.2435E-7	2.8290E-7
Gd-154	7.7090E-5	6.1672E-5	4.6254E-5	3.0836E-5
Gd-155	5.2337E-4	4.1870E-4	3.1402E-4	2.0935E-4
Gd-156	7.2387E-4	5.7910E-4	4.3432E-4	2.8955E-4
Gd-157	5.5342E-4	4.4274E-4	3.3205E-4	2.2137E-4
Gd-158	8.7841E-4	7.0273E-4	5.2705E-4	3.5136E-4
Gd-160	7.7302E-4	6.1842E-4	4.6381E-4	3.0921E-4

表 2.4: 被覆管の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
Zr(natural)	3.786E-2
Fe(natural)	2.382E-4
Cr(natural)	6.770E-5

表 2.5: 減速材の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
H-1	5.572E-2
O-16	2.786E-2
B-10	4.592E-6
Ni(natural)	3.688E-4
Cr(natural)	1.609E-4
Fe(natural)	1.306E-4

表 2.6: 温度

領域	温度 [K]
燃料	968.8
被覆管	604.0
減速材	574.2

2.6 計算結果

図 2.1 から図 2.4 に各ガドリニウム濃度における WPC 法を適用した中性子増倍率の参照解からの差異を示す。燃焼ステップ幅が大きいほど WPC 法は離散化誤差の低減に効果的であった。燃焼ステップ幅が小さい場合、 ω が大きいと誤差を低減できない場合があった。つまり、最適な ω が燃焼ステップ幅に依存する結果となった。なお、 ω の最適値のガドリニウム濃度への依存は少なかった。実用的な ω は 1.0 から 1.3 程度であることが分かった。

図 2.5 から図 2.8 に各ガドリニウム濃度における OWPC 法を適用した中性子増倍率の参照解からの差異を示す。OWPC 法もまた燃焼ステップ幅が大きいほど離散化誤差の低減に効果的であった。OWPC 法では、WPC 法の ω と同様のユーザーが指定するパラメータとして F_a がある。燃焼ステップ幅が小さく F_a が大きい場合の精度の悪化は少なかった。これより、WPC 法で問題となるユーザーが指定するパラメータが燃焼ステップ幅への依存は大幅に改善できたと言える。 F_a はあらゆるケースで高い精度が実現できる 2.8 が最適であると考えられる。

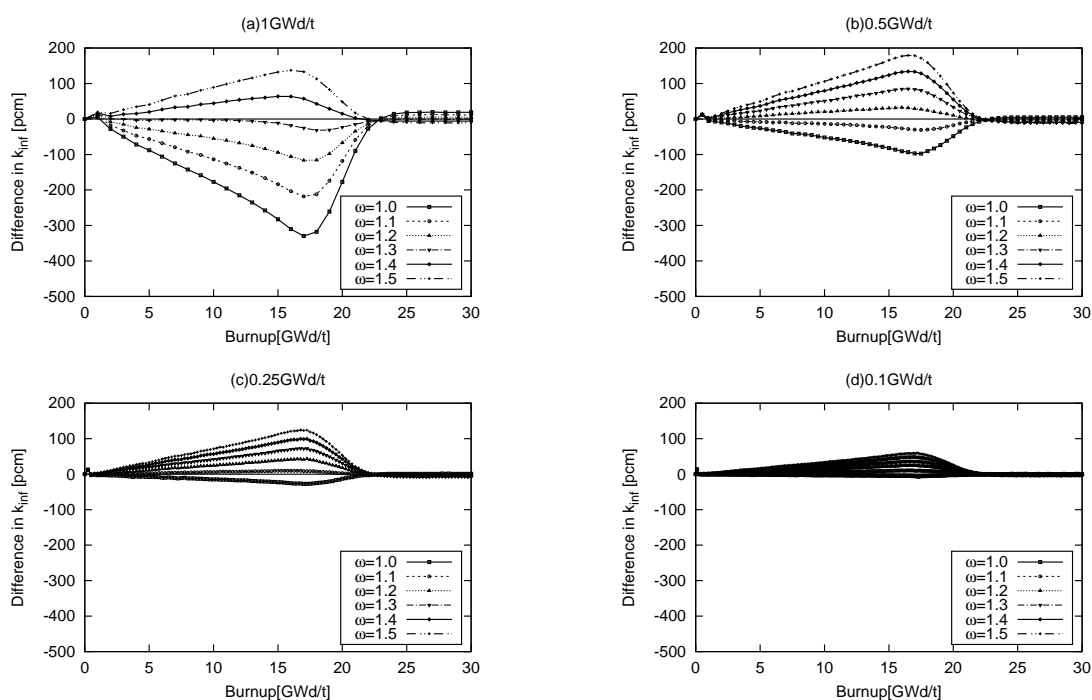


図 2.1: WPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 10wt%)

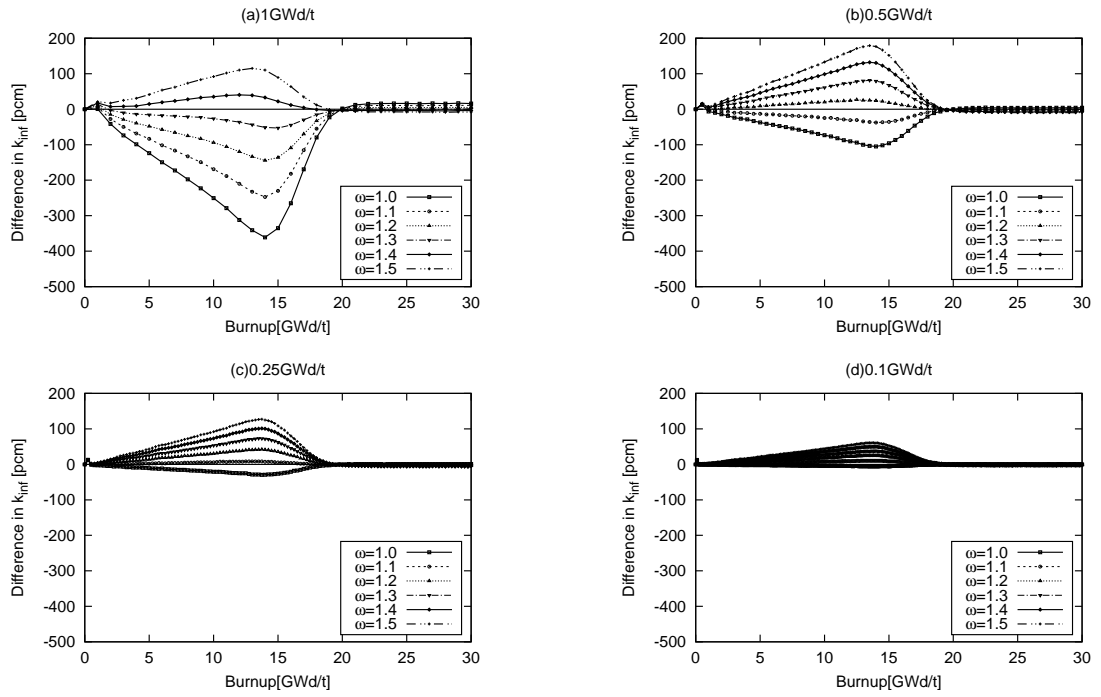


図 2.2: WPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 8wt%)

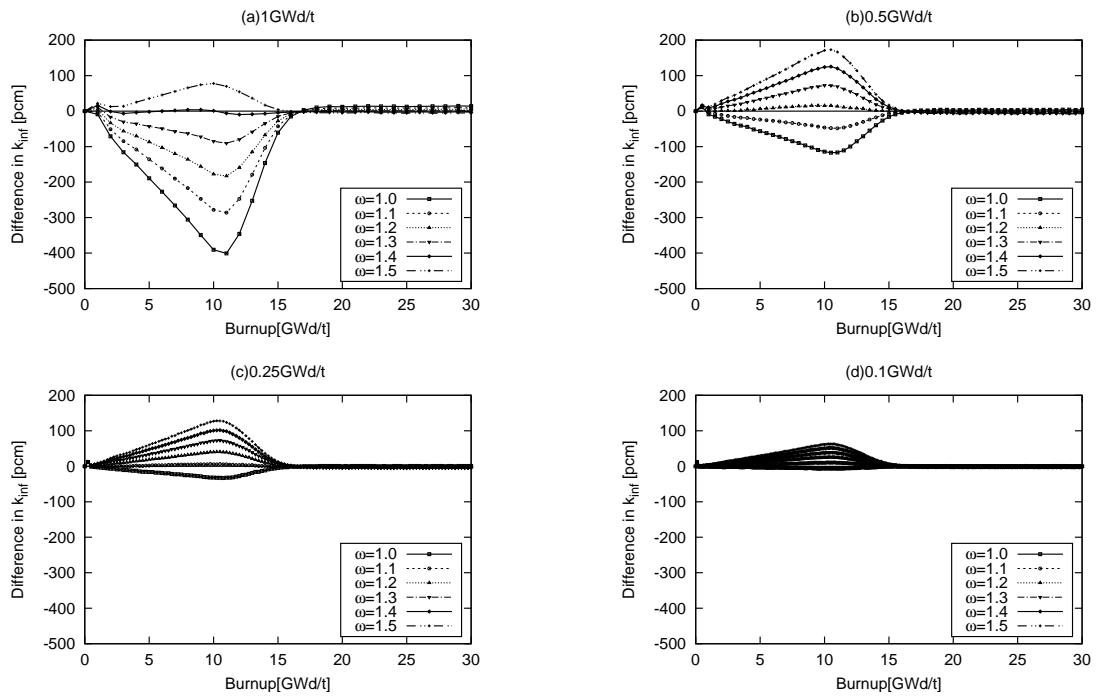


図 2.3: WPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 6wt%)

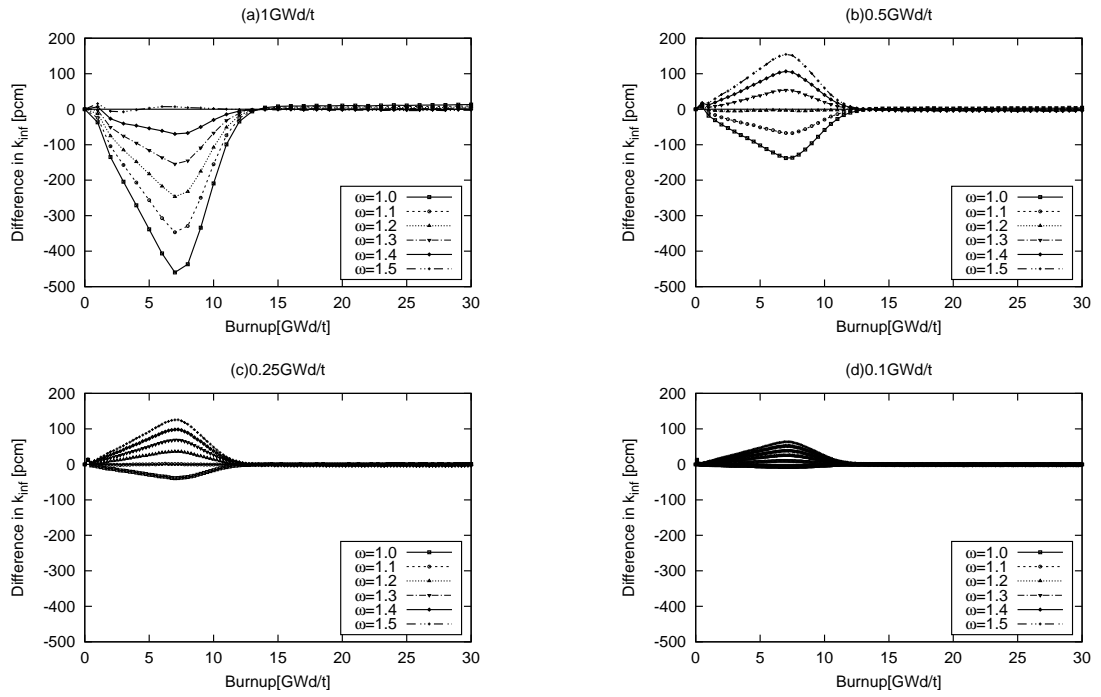


図 2.4: WPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 4wt%)

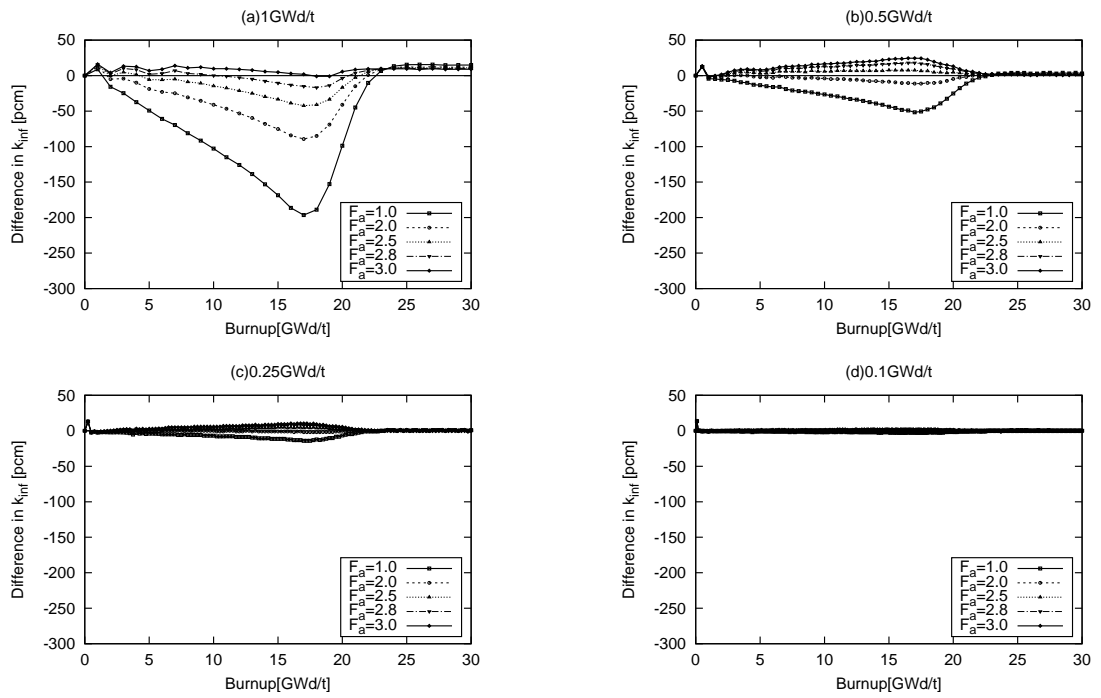


図 2.5: OWPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 10wt%)

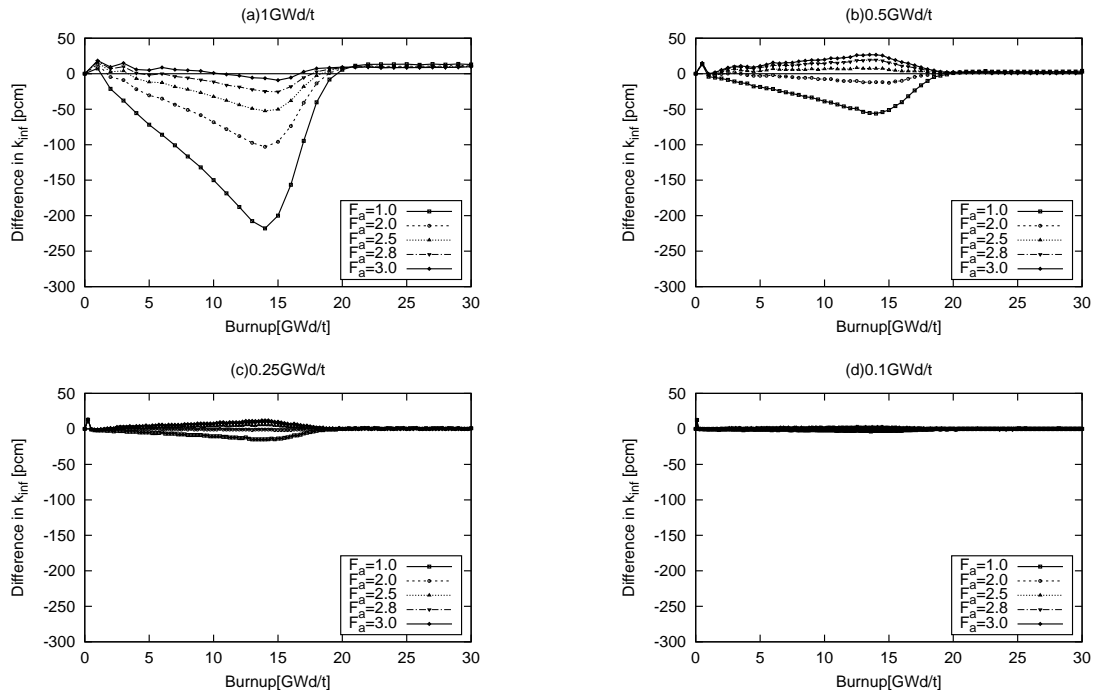


図 2.6: OWPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 8wt%)

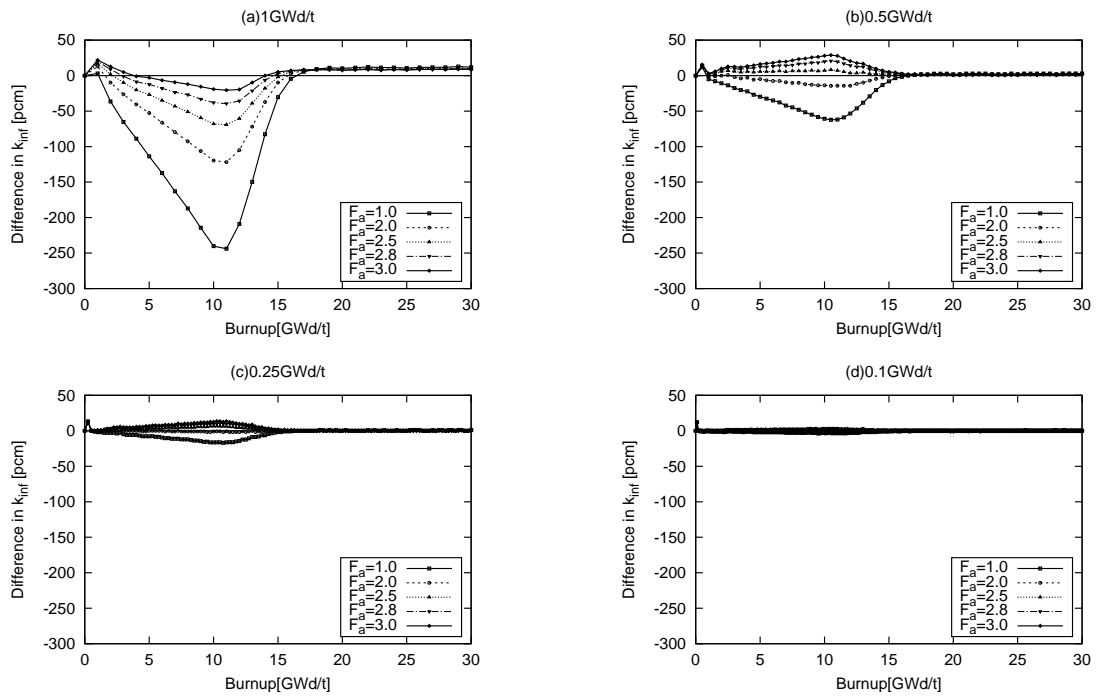


図 2.7: OWPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 6wt%)

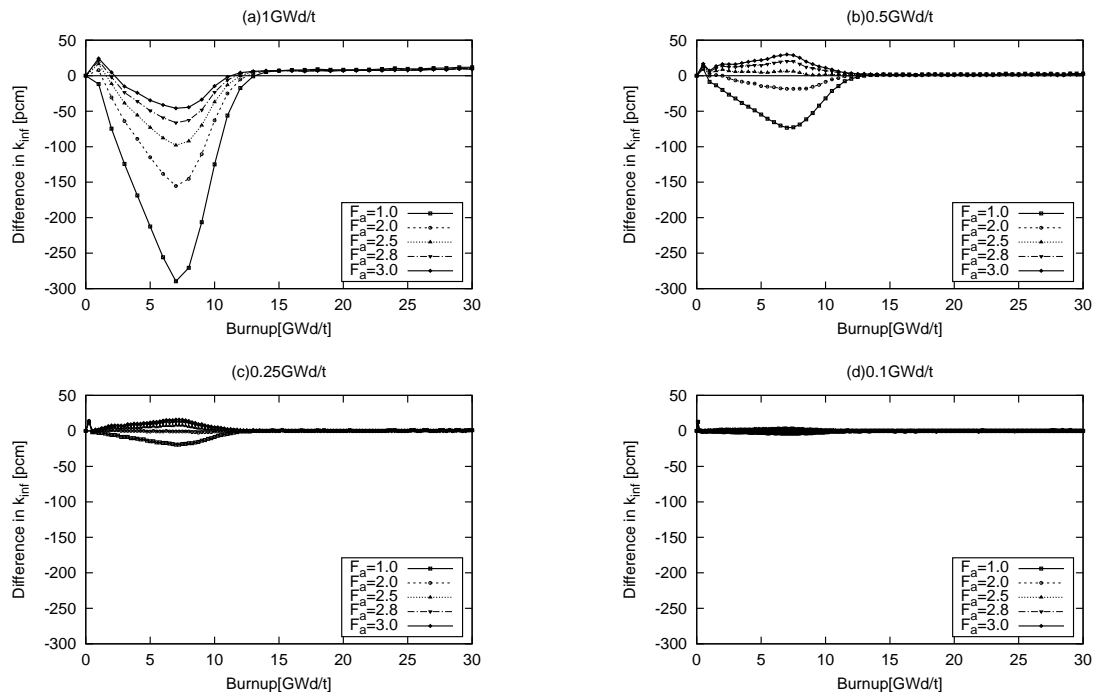


図 2.8: OWPC 法を適用した中性子増倍率の差異 (Gd 4wt%)

3 CBZ による燃焼計算の妥当性

3.1 燃焼計算の基礎

原子炉の運転に伴い、核燃料の組成は種々の核反応によって時々刻々と変化する。また、燃料組成が変化することにより、原子炉の特性も変化していく。このような現象を「燃焼」という。原子炉特性の燃料組成の燃焼に伴う変化を追う計算が「燃焼計算」である。ここでは、燃焼計算について説明する。燃焼計算では各核種の生成と消滅のバランス式である燃焼方程式を解く。燃焼方程式を以下に示す。

$$\frac{dN_i}{dt} = -(\lambda_i + \sigma_{a,i}\phi) N_i(t) + \sum_j (\alpha_{j \rightarrow i}\phi + \beta_{j \rightarrow i}\sigma_{c,i}\phi + \gamma_{j \rightarrow i}\sigma_{f,i}\phi + \delta_{j \rightarrow i}\sigma_{(n,2n),i}\phi) N_j(t) \quad (3.1)$$

$N_i(t)$:核種 i の数密度 [1/cm³]

ϕ :中性子束 [1/cm²/s]

λ_i :核種 i の崩壊定数 [1/s]

$\sigma_{a,i}$:核種 i の微視的吸収断面積 [cm²]

$\sigma_{c,i}$:核種 i の微視的捕獲断面積 [cm²]

$\sigma_{f,i}$:核種 i の微視的核分裂断面積 [cm²]

$\sigma_{(n,2n),i}$:核種 i の微視的 (n,2n) 反応断面積 [cm²]

$\alpha_{j \rightarrow i}$:核種 j が崩壊して核種 i になる確率

$\beta_{j \rightarrow i}$:核種 j が中性子を捕獲して核種 i になる確率

$\gamma_{j \rightarrow i}$:核種 j が核分裂したときの核種 i の収率

$\delta_{j \rightarrow i}$:核種 j が (n,2n) 反応により核種 i になる確率

式 (3.1) は核種の数と同じ数の連立方程式になる。行列で書くと以下ようになる。

$$\frac{d\mathbf{N}(t)}{dt} = \mathbf{M}\mathbf{N}(t) \quad (3.2)$$

$\mathbf{N}(t)$ について解くと以下ようになる。

$$\mathbf{N}(t) = e^{\mathbf{M}t}\mathbf{N}(0) \quad (3.3)$$

式 (3.3) に表れる行列指数は、解析的に計算することができないので、何らかの近似をして計算する必要がある。この解法を行列指数法という。CBZ における燃焼計算では行列指数法の一つである Mini-Max Polynomial Approximation(MMPA) 法を採用している [3]。

3.2 CBZ の燃焼計算機能

CBZ の軽水炉における燃焼解析は、一つの燃料ピンを模擬したピンセルモデルから燃焼集合体を模擬したモデルまで、任意の組成とサイズで行うことができる。しかし、燃焼計算機能の十分な検証はなされていなかった。そこで、ピンセルモデル、Gd 入り燃料を含むモデル、Gd 入り燃料と案内管を含むモデルにおける燃焼計算機能の妥当性検証を行った。

3.3 計算条件

中性子増倍率の燃焼変化を参照解と比較することで検証を行った。参照解は連続エネルギーモンテカルロコード MVP-BURN で得た。表 3.1 にヒストリー情報を示す。ピンセルモデルの他に二つのモデルを用いた。一つは、中心に Gd_2O_3 燃料、その周りに 8 本の UO_2 燃料を配置した 3×3 セルモデルである。もう一つは、Gd 入り燃料と案内管を含む PWR 燃料を模擬した燃料集合体モデルである。ピンセルモデル、 3×3 セルモデル、集合体モデルを図 3.1 に示す。図中の青で示したものが案内管、多重円が Gd_2O_3 燃料、残りが UO_2 燃料である。表 3.2 に各寸法を示す。全ての方向で境界条件は完全反射条件とした。なお、燃料ペレットと被覆管の間のギャップは無いものとして計算した。表 3.3、表 3.4 に UO_2 燃料、 Gd_2O_3 燃料の原子数密度をそれぞれ示す。ポイド率は 0% とした。 UO_2 燃料のウラン濃縮度は 4.11wt% であり、 Gd_2O_3 燃料のウラン濃縮度は 2.63wt%、ガドリニウム濃度は 6wt% である。また、表 3.5、表 3.6 に被覆管、減速材の原子数密度をそれぞれ示す。表 3.7 に各領域の温度を示す。温度状態は高温状態とした。なお、 UO_2 燃料と Gd_2O_3 燃料は同じ燃料温度を使用する。全てのモデルにおいて共鳴計算はピンセルモデルを用いた。

燃焼条件は以下の通りとした。PC 法を不使用とした理由は、コード間の実装の違いによる差異を取り除くためである。

- 線出力密度は 218W/cm で一定
- Gd_2O_3 燃料の燃焼領域は等面積で 8 分割
- コード間の実装の違いによる差異を取り除くため PC 法は不使用

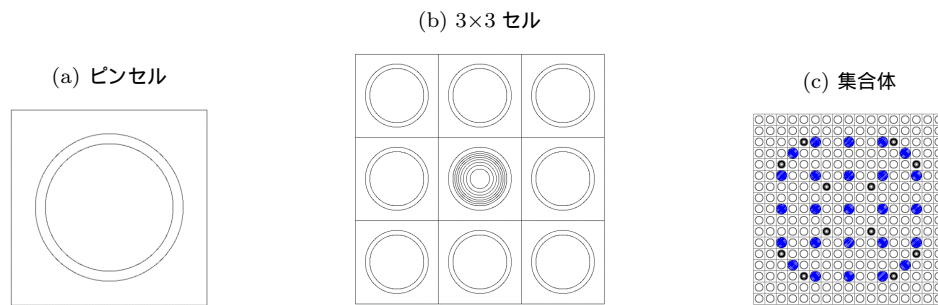


図 3.1: 計算体系

表 3.1: MVP-BURN で用いたヒストリー情報

総ヒストリー数	4000000
バッチ当たりのヒストリー数	10000
バッチ数	400
捨てバッチ数	30

表 3.2: ピンセル及び 3 × 3 セルモデルの寸法

内容	寸法 [cm]
燃料棒ピッチ	1.264
ペレット外径	0.805
燃料被覆管内径	0.805
燃料被覆管外径	0.95
案内管内径	1.138 0.569
案内管外径	1.220

表 3.3: UO₂ 燃料の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
U-234	8.9648E-6
U-235	9.2114E-4
U-238	2.1482E-2
O-16	4.4824E-2

表 3.4: Gd₂O₃ 燃料の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
U-234	4.4824E-6
U-235	5.8944E-4
U-238	2.1796E-2
O-16	5.0129E-2
Gd-152	7.0725E-7
Gd-154	7.7090E-5
Gd-155	5.2337E-4
Gd-156	7.2387E-4
Gd-157	5.5342E-4
Gd-158	8.7841E-4
Gd-160	7.7302E-4

表 3.7: 各領域の温度

領域	温度 [K]
燃料	900
被覆管	600
減速材	591

表 3.5: 被覆管の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
Zr(natural)	4.228E-2
Fe(natural)	2.382E-4
Cr(natural)	8.494E-5
Sn(natural)	5.418E-4

表 3.6: 減速材の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
H-1	6.6735E-2
O-16	3.3368E-2
B-10	3.7989E-6
B-11	1.5291E-5

3.4 計算結果

各モデルにおける中性子増倍率の参照解からの差異を図 3.2 にそれぞれ示す。また、各モデルにおける計算結果を表 3.8 から表 3.10 にそれぞれ示す。全てのモデルで中性子増倍率を過大に評価する傾向がある。また、各モデルの差異の大きさは最大で 0.2% 程度であった。ピンセルモデルでは、燃焼初期の差異は小さかった。しかし、燃焼度が 15GWd/t 付近まで差異が増加する傾向が見られた。3×3 セルモデルでは、燃焼初期に 0.1% 程過大に評価された。燃焼に伴い僅かに差異が小さくなる傾向が見られた。集合体モデルでは、燃焼初期に 0.1% から 0.2% 程過大に評価されていた。燃焼に伴い僅かに差異が小さくなる傾向が見られた。何れのモデルでも燃焼を通しての差異は 0.2% 以下となり、実用上の問題は無いことを確かめられた。

集合体モデルの結果に関しては、ピンセルモデルで行っている共鳴計算を集合体モデルで行うことで、より参照解に近くなると考えられる。共鳴計算を集合体モデルで行うと、ピンセルモデルと比べて燃料領域からの脱出確率が大きく評価されるため、背景断面積が大きくなり、共鳴核種の共鳴自己遮蔽効果が緩和され実効断面積が大きくなる。これにより、U-238 の中性子捕獲断面積が大きくなり、中性子増倍率は小さくなる。また、U-238 の捕獲断面積が大きく評価されることにより、Pu-239 の生成が促進され、U-238 の捕獲断面積が中性子増倍率を小さくする影響が燃焼に伴い緩和される。その結果、共鳴計算を集合体モデルで行うことにより、図 3.2 で示した結果より中性子増倍率の参照解からの差異は小さくなるとともに、燃焼度依存性も低減すると考えられる。

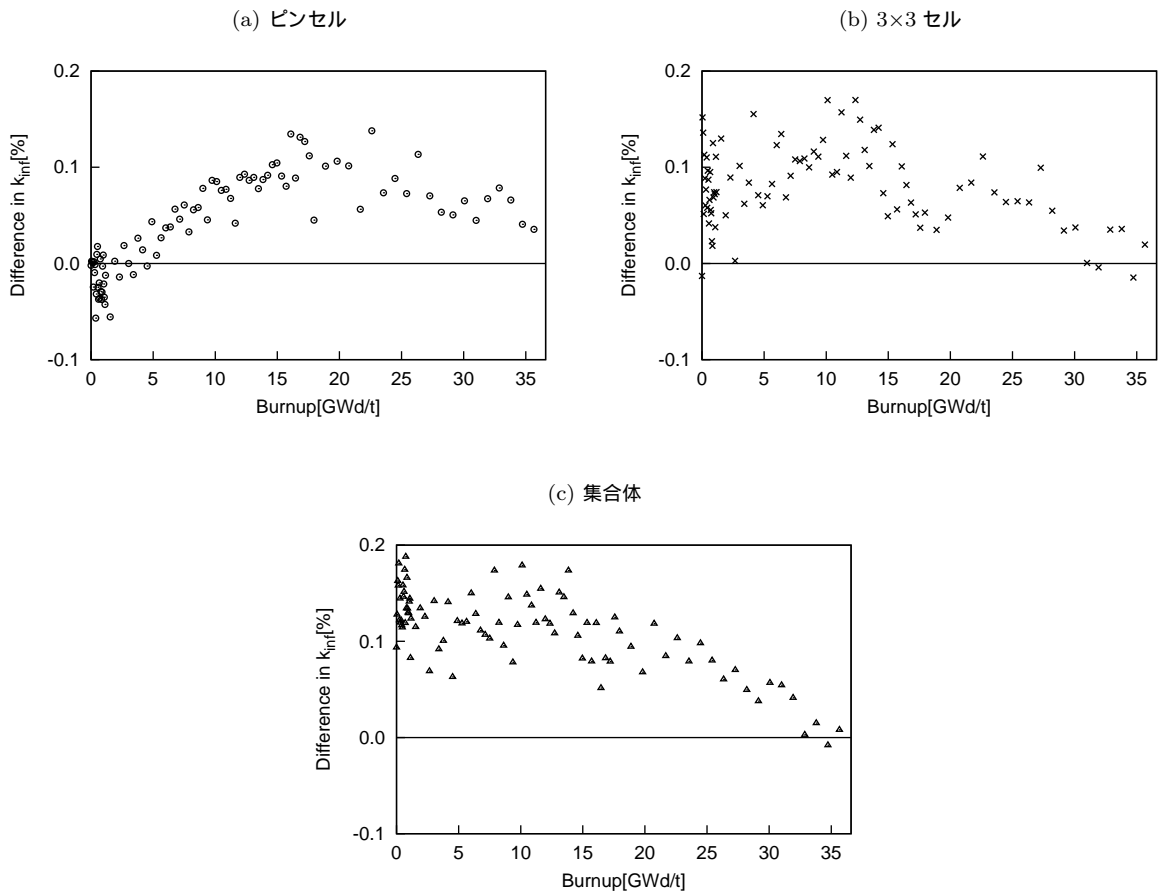


図 3.2: 各モデルにおける中性子増倍率の相対誤差

表 3.8: 計算結果 (ピンセルモデル)

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
0.000	1.373077	0.016601	1.37305	-0.002
0.047	1.331619	0.016399	1.33165	0.002
0.093	1.325264	0.016742	1.32529	0.002
0.140	1.323490	0.015706	1.32350	0.001
0.186	1.322425	0.016208	1.32210	-0.025
0.233	1.320766	0.015893	1.32079	0.002
0.280	1.319675	0.016241	1.31955	-0.009
0.326	1.318396	0.016651	1.31838	-0.001
0.373	1.318039	0.016534	1.31729	-0.057
0.420	1.316698	0.016056	1.31628	-0.032
0.466	1.315227	0.015964	1.31535	0.009

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{\text{inf}}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{\text{inf}}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
0.513	1.314249	0.015513	1.31448	0.018
0.559	1.314007	0.017094	1.31368	-0.025
0.606	1.313408	0.015860	1.31292	-0.037
0.653	1.312485	0.014652	1.31222	-0.020
0.699	1.312026	0.015797	1.31155	-0.036
0.746	1.310868	0.016689	1.31093	0.005
0.793	1.310712	0.015739	1.31033	-0.029
0.839	1.310249	0.016132	1.30976	-0.037
0.886	1.309601	0.016643	1.30921	-0.030
0.932	1.308717	0.016606	1.30868	-0.003
0.979	1.308045	0.016260	1.30816	0.009
1.026	1.307940	0.017174	1.30766	-0.021
1.072	1.307629	0.015731	1.30717	-0.035
1.119	1.307238	0.017375	1.30668	-0.043
1.166	1.306370	0.015513	1.30621	-0.012
1.538	1.303234	0.016807	1.30251	-0.056
1.911	1.298769	0.016310	1.29880	0.002
2.284	1.295213	0.015630	1.29503	-0.014
2.657	1.290919	0.016554	1.29116	0.019
3.030	1.287220	0.015449	1.28722	0.000
3.403	1.283369	0.016524	1.28322	-0.012
3.776	1.278845	0.016882	1.27918	0.026
4.149	1.274930	0.017751	1.27511	0.014
4.522	1.271054	0.017378	1.27102	-0.003
4.895	1.266370	0.015984	1.26692	0.043
5.268	1.262703	0.016184	1.26281	0.008
5.641	1.258374	0.016491	1.25871	0.027
6.014	1.254147	0.016699	1.25461	0.037
6.387	1.250045	0.017126	1.25052	0.038
6.760	1.245747	0.016547	1.24645	0.056
7.133	1.241828	0.016838	1.24240	0.046
7.506	1.237618	0.017078	1.23837	0.061
7.879	1.233956	0.017292	1.23436	0.033
8.252	1.229684	0.016878	1.23037	0.056
8.625	1.225677	0.016784	1.22639	0.058
8.998	1.221496	0.017254	1.22245	0.078
9.371	1.217978	0.017880	1.21853	0.045

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
9.743	1.213592	0.018047	1.21464	0.086
10.116	1.209740	0.017236	1.21077	0.085
10.489	1.206004	0.016804	1.20692	0.076
10.862	1.202173	0.017699	1.20310	0.077
11.235	1.198489	0.017772	1.19930	0.068
11.608	1.195029	0.017720	1.19553	0.042
11.981	1.190714	0.018515	1.19178	0.090
12.354	1.186948	0.017432	1.18805	0.093
12.727	1.183317	0.017377	1.18434	0.086
13.100	1.179605	0.017086	1.18066	0.089
13.473	1.176075	0.017194	1.17699	0.078
13.846	1.172328	0.018132	1.17335	0.087
14.219	1.168648	0.017330	1.16972	0.092
14.592	1.164913	0.018043	1.16611	0.103
14.965	1.161316	0.018327	1.16253	0.105
15.338	1.157908	0.018346	1.15896	0.091
15.711	1.154484	0.018618	1.15541	0.080
16.084	1.150322	0.018336	1.15187	0.135
16.457	1.147331	0.019672	1.14835	0.089
16.830	1.143350	0.018550	1.14485	0.131
17.203	1.139915	0.018471	1.14136	0.127
17.576	1.136618	0.019835	1.13789	0.112
17.948	1.133909	0.018139	1.13442	0.045
18.881	1.124682	0.018439	1.12582	0.101
19.813	1.116144	0.019084	1.11733	0.106
20.746	1.107787	0.018548	1.10891	0.101
21.678	1.099940	0.018301	1.10056	0.056
22.610	1.090765	0.019369	1.09227	0.138
23.543	1.083235	0.019619	1.08403	0.073
24.475	1.074901	0.019370	1.07585	0.088
25.408	1.066945	0.020224	1.06772	0.073
26.340	1.058429	0.021514	1.05963	0.113
27.272	1.050842	0.019394	1.05158	0.070
28.205	1.043025	0.020817	1.04358	0.053
29.137	1.035087	0.019263	1.03561	0.051
30.069	1.027022	0.020795	1.02769	0.065
31.002	1.019354	0.019506	1.01981	0.045

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{\text{inf}}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{\text{inf}}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
31.934	1.011289	0.020438	1.01197	0.067
32.867	1.003393	0.020367	1.00418	0.078
33.799	0.995775	0.021958	0.99643	0.066
34.731	0.988322	0.021192	0.98873	0.041
35.664	0.980732	0.021718	0.98108	0.035
36.689	0.972440	0.019819	0.97272	0.029

以上

表 3.9: 計算結果 (3×3 セルモデル)

燃焼度 [GWd/t]	$k_{\text{inf}}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{\text{inf}}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
0.000	1.017072	0.028812	1.01694	-0.013
0.047	0.991480	0.030343	0.99299	0.152
0.093	0.988051	0.031207	0.98939	0.136
0.140	0.988033	0.029205	0.98854	0.052
0.186	0.986883	0.031036	0.98800	0.113
0.233	0.986681	0.030311	0.98755	0.088
0.280	0.986596	0.030107	0.98719	0.060
0.326	0.986148	0.028968	0.98691	0.077
0.373	0.985601	0.027162	0.98669	0.110
0.419	0.985961	0.030012	0.98653	0.058
0.466	0.985481	0.031452	0.98643	0.096
0.513	0.985520	0.029907	0.98638	0.087
0.559	0.985960	0.030215	0.98637	0.042
0.606	0.985745	0.030371	0.98640	0.066
0.653	0.985520	0.030684	0.98646	0.095
0.699	0.985994	0.029789	0.98654	0.056
0.746	0.986138	0.029520	0.98665	0.052
0.792	0.986553	0.031528	0.98678	0.023
0.839	0.986746	0.029817	0.98693	0.018
0.886	0.985853	0.029205	0.98709	0.125
0.932	0.986582	0.030196	0.98726	0.069
0.979	0.986712	0.028251	0.98744	0.074
1.025	0.986922	0.029584	0.98763	0.072
1.072	0.987460	0.028487	0.98783	0.038
1.119	0.986940	0.027549	0.98804	0.111
1.165	0.987513	0.030289	0.98825	0.074

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
1.538	0.988525	0.028794	0.98981	0.130
1.911	0.990917	0.028903	0.99141	0.050
2.284	0.992115	0.028492	0.99300	0.089
2.657	0.994489	0.028262	0.99452	0.003
3.030	0.994924	0.028581	0.99593	0.101
3.402	0.996652	0.028523	0.99727	0.062
3.775	0.997727	0.028354	0.99857	0.084
4.148	0.998311	0.028793	0.99986	0.155
4.521	1.000470	0.027733	1.00118	0.071
4.894	1.001904	0.027138	1.00251	0.060
5.267	1.003170	0.028155	1.00387	0.070
5.640	1.004420	0.027220	1.00525	0.083
6.012	1.005423	0.026831	1.00666	0.123
6.385	1.006745	0.026814	1.00810	0.135
6.758	1.008886	0.026411	1.00958	0.069
7.131	1.010179	0.026926	1.01110	0.091
7.504	1.011547	0.026625	1.01264	0.108
7.877	1.013151	0.026601	1.01423	0.106
8.250	1.014743	0.025138	1.01585	0.109
8.622	1.016504	0.025289	1.01752	0.100
8.995	1.018046	0.024453	1.01923	0.116
9.368	1.019858	0.025203	1.02099	0.111
9.741	1.021478	0.026016	1.02279	0.128
10.114	1.022903	0.025912	1.02464	0.170
10.487	1.025582	0.026143	1.02653	0.092
10.860	1.027503	0.024139	1.02848	0.095
11.232	1.028864	0.026344	1.03048	0.157
11.605	1.031376	0.024948	1.03253	0.112
11.978	1.033708	0.025890	1.03463	0.089
12.351	1.035051	0.023358	1.03681	0.170
12.724	1.037499	0.023388	1.03905	0.149
13.097	1.040132	0.025317	1.04136	0.118
13.470	1.042674	0.023818	1.04373	0.101
13.842	1.044729	0.024418	1.04618	0.139
14.215	1.047242	0.023332	1.04872	0.141
14.588	1.050612	0.023622	1.05138	0.073
14.961	1.053623	0.022853	1.05414	0.049

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
15.334	1.055691	0.022446	1.05700	0.124
15.707	1.059384	0.021136	1.05998	0.056
16.080	1.062038	0.021395	1.06311	0.101
16.452	1.065541	0.021841	1.06641	0.082
16.825	1.069193	0.022922	1.06987	0.063
17.198	1.072843	0.020065	1.07339	0.051
17.571	1.076411	0.020610	1.07681	0.037
17.944	1.079399	0.021628	1.07997	0.053
18.876	1.084691	0.020569	1.08507	0.035
19.808	1.087421	0.020016	1.08794	0.048
20.740	1.085957	0.019082	1.08681	0.079
21.672	1.080941	0.020027	1.08185	0.084
22.605	1.073616	0.020223	1.07481	0.111
23.537	1.066192	0.019232	1.06698	0.074
24.469	1.058275	0.020273	1.05895	0.064
25.401	1.050230	0.020443	1.05091	0.065
26.333	1.042249	0.020577	1.04291	0.063
27.265	1.033932	0.020963	1.03496	0.099
28.197	1.026508	0.021292	1.02707	0.055
29.130	1.018881	0.022253	1.01923	0.034
30.062	1.011062	0.020626	1.01144	0.037
30.994	1.003705	0.021517	1.00371	0.000
31.926	0.996063	0.020573	0.99602	-0.004
32.858	0.988047	0.022281	0.98839	0.035
33.790	0.980471	0.022208	0.98082	0.036
34.722	0.973442	0.021805	0.97330	-0.015
35.655	0.965648	0.021156	0.96584	0.020
36.680	0.958185	0.022638	0.95768	-0.052

以上

表 3.10: 計算結果 (集合体モデル)

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
0.000	1.218939	0.024956	1.22008	0.094
0.047	1.184845	0.025815	1.18636	0.128
0.093	1.179380	0.024115	1.18130	0.163
0.140	1.178048	0.023035	1.17991	0.158

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{\text{inf}}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{\text{inf}}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
0.186	1.176739	0.023604	1.17887	0.181
0.233	1.176464	0.022996	1.17790	0.122
0.280	1.175311	0.023849	1.17701	0.145
0.326	1.174796	0.024439	1.17620	0.120
0.373	1.174041	0.024365	1.17547	0.122
0.420	1.173450	0.023851	1.17482	0.117
0.466	1.172876	0.024549	1.17422	0.115
0.513	1.171825	0.023596	1.17368	0.158
0.559	1.171485	0.023254	1.17320	0.146
0.606	1.171006	0.024880	1.17278	0.151
0.653	1.170347	0.023618	1.17239	0.175
0.699	1.170636	0.024547	1.17203	0.119
0.746	1.169501	0.024330	1.17170	0.188
0.793	1.169827	0.022295	1.17140	0.134
0.839	1.169177	0.023239	1.17112	0.166
0.886	1.169291	0.023629	1.17086	0.134
0.932	1.169101	0.023062	1.17062	0.130
0.979	1.168889	0.024331	1.17040	0.129
1.026	1.168527	0.024057	1.17018	0.141
1.072	1.168283	0.022917	1.16997	0.144
1.119	1.168802	0.024541	1.16977	0.083
1.166	1.168125	0.023882	1.16957	0.124
1.539	1.166679	0.023962	1.16802	0.115
1.912	1.164954	0.023665	1.16652	0.134
2.285	1.163548	0.022909	1.16501	0.126
2.657	1.162618	0.024334	1.16342	0.069
3.030	1.160133	0.023781	1.16178	0.142
3.403	1.159025	0.025105	1.16009	0.092
3.776	1.157196	0.023981	1.15836	0.101
4.149	1.155003	0.023906	1.15663	0.141
4.522	1.154182	0.022784	1.15491	0.063
4.895	1.151814	0.023316	1.15321	0.121
5.268	1.150155	0.022222	1.15152	0.119
5.641	1.148457	0.023319	1.14984	0.120
6.014	1.146470	0.023256	1.14819	0.150
6.387	1.145098	0.022033	1.14657	0.129
6.760	1.143707	0.022079	1.14498	0.111

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{\text{inf}}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{\text{inf}}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
7.133	1.142200	0.023921	1.14342	0.107
7.506	1.140726	0.023093	1.14190	0.103
7.879	1.138422	0.020942	1.14040	0.174
8.252	1.137581	0.022266	1.13894	0.119
8.625	1.136433	0.022242	1.13752	0.096
8.998	1.134475	0.020846	1.13613	0.146
9.371	1.133894	0.022607	1.13478	0.078
9.744	1.132143	0.022282	1.13347	0.117
10.117	1.130177	0.022112	1.13220	0.179
10.490	1.129301	0.022307	1.13098	0.149
10.863	1.128230	0.021896	1.12978	0.137
11.236	1.127294	0.022172	1.12864	0.119
11.609	1.125798	0.020987	1.12754	0.155
11.982	1.125106	0.019678	1.12649	0.123
12.355	1.124149	0.022578	1.12548	0.118
12.728	1.123313	0.021212	1.12453	0.108
13.101	1.121937	0.022865	1.12363	0.151
13.474	1.121143	0.022037	1.12278	0.146
13.847	1.120054	0.021586	1.12200	0.174
14.220	1.119842	0.021491	1.12129	0.129
14.593	1.119474	0.021414	1.12066	0.106
14.966	1.119189	0.020871	1.12011	0.082
15.338	1.118297	0.020145	1.11963	0.119
15.711	1.118374	0.019876	1.11926	0.079
16.084	1.117679	0.020678	1.11901	0.119
16.457	1.118314	0.020008	1.11889	0.052
16.830	1.117907	0.020335	1.11883	0.083
17.203	1.117866	0.019294	1.11875	0.079
17.576	1.117144	0.019318	1.11854	0.125
17.949	1.116948	0.019539	1.11818	0.110
18.882	1.114527	0.018848	1.11558	0.094
19.814	1.110266	0.020416	1.11102	0.068
20.747	1.102754	0.018894	1.10406	0.118
21.679	1.094762	0.019565	1.09569	0.085
22.611	1.085718	0.019825	1.08684	0.103
23.544	1.077027	0.020224	1.07788	0.079
24.476	1.067863	0.020771	1.06891	0.098

次ページに続く

前ページからの続き

燃焼度 [GWd/t]	$k_{inf}[-]$ (MVP-BURN)	Error[-]	$k_{inf}[-]$ (CBZ)	Relative difference[%]
25.409	1.059121	0.020715	1.05997	0.080
26.341	1.050405	0.019958	1.05104	0.060
27.274	1.041389	0.021214	1.04212	0.070
28.206	1.032729	0.020938	1.03324	0.049
29.138	1.023983	0.020395	1.02437	0.038
30.071	1.014942	0.020755	1.01552	0.057
31.003	1.006153	0.020968	1.00670	0.054
31.936	0.997483	0.021755	0.99790	0.041
32.868	0.989092	0.021332	0.98912	0.003
33.801	0.980230	0.020967	0.98038	0.015
34.733	0.971744	0.021830	0.97167	-0.008
35.665	0.962918	0.021835	0.96300	0.008
36.691	0.953358	0.022742	0.95351	0.016

以上

4 不確かさの定量化手法

4.1 核データの不確かさ

原子炉特性を知る上で行われる数値計算には、中性子と原子核との間の様々な物理的反応確率を示す核データが用いられる。核データは計測・評価された値であり、不確かさを伴う。そのため核データは、評価値を期待値とした確率変数と考えることができる。そこで、核データ i の評価値を $\bar{\sigma}_i$ と書くこととする。 $p(\sigma_i)$ を核データ i の真値が σ_i である確率と考えると、核データ i の評価値は以下のように書ける。

$$\bar{\sigma}_i = \int \sigma_i p(\sigma_i) d\sigma_i \quad (4.1)$$

核データ i の分散 V_{σ_i} は以下の式で書ける。

$$V_{\sigma_i} = \int (\sigma_i - \bar{\sigma}_i)^2 p(\sigma_i) d\sigma_i \quad (4.2)$$

また、二つの異なる核データ i と i' の分散の関係性を示す指標として共分散 $\text{cov}(\sigma_i, \sigma_{i'})$ を用いることとする。 I 個の核データの不確かさを扱う際、以下の共分散行列 \mathbf{V} を使用する。

$$\mathbf{V}_\sigma = \begin{bmatrix} \text{cov}(\sigma_1, \sigma_1) & \text{cov}(\sigma_1, \sigma_2) & \dots & \text{cov}(\sigma_1, \sigma_I) \\ \text{cov}(\sigma_2, \sigma_1) & \text{cov}(\sigma_2, \sigma_2) & \dots & \text{cov}(\sigma_2, \sigma_I) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\sigma_I, \sigma_1) & \text{cov}(\sigma_I, \sigma_2) & \dots & \text{cov}(\sigma_I, \sigma_I) \end{bmatrix}$$

また、核データ i と i' の相関関数 $\text{corr}(\sigma_i, \sigma_{i'})$ は以下の式の通りである。

$$\text{corr}(\sigma_i, \sigma_{i'}) = \frac{\text{cov}(\sigma_i, \sigma_{i'})}{\Delta\sigma_i \Delta\sigma_{i'}} \quad (4.3)$$

ここで、 $\Delta\sigma_i$ は核データ i の標準偏差である。本研究における核データの共分散行列は、基本的に評価済み核データライブラリで与えられているものを使用している。

4.2 中性子増倍率の不確かさ

中性子増倍率は、核データを用いた数値計算により求められる。核データは不確かさを持つため、中性子増倍率も不確かさを持つこととなる。具体的に核データとは崩壊分岐比、核分裂収率、半減期、反応断面積が挙げられる。本研究では、それぞれの核データによる中性子増倍率の不確かさの定量化を行った。

4.3 感度係数を用いる不確かさ計算手法

感度係数は入力と出力の関係性を表すパラメータである。入力を核データ、出力を中性子増倍率 k とすることで、感度係数によって k が核データにどれだけ影響を受けるかを定量的に示すことができる。核データ σ に対する k の感度係数 S は以下の式で表される。

$$S = \frac{\partial k}{\partial \sigma} \times \frac{\sigma}{k} = \frac{\Delta k/k}{\Delta \sigma/\sigma} \quad (4.4)$$

ここで、核データによる k の不確かさを求める手法について説明する。核データは不確かさを持つため確率変数と見なすと、核データによって決まる k も同様に確率変数となる。核データ i の測定を J 回行ったとす

る。核データ i の j 回目のデータを σ_i^j とし、 j 回目のデータにより求められる中性子増倍率を k^j とする。この時、 σ_i^j を使って計算した k の期待値 \bar{k} と分散 V_k は以下のように書ける。

$$\bar{k} = \frac{\sum_{j=1}^J k^j}{J} \quad (4.5)$$

$$V_k = \frac{\sum_{j=1}^J (k^j - \bar{k})^2}{J - 1} \quad (4.6)$$

さて、 k^j の \bar{k} に対する差は、一次近似のもとで以下の式で書ける。

$$k^j - \bar{k} = \sum_i \frac{\partial k}{\partial \sigma_i} (\sigma_i^j - \bar{\sigma}_i) \quad (4.7)$$

これを式 (4.6) に代入すると以下の式を得る。

$$\begin{aligned} V_k &= \left(\sum_{j=1}^J \sum_i \sum_{i'} \frac{\partial k}{\partial \sigma_i} \frac{\partial k}{\partial \sigma_{i'}} (\sigma_i^j - \bar{\sigma}_i) (\sigma_{i'}^j - \bar{\sigma}_{i'}) \right) / (J - 1) \\ &= \sum_i \sum_{i'} \frac{\partial k}{\partial \sigma_i} \frac{\partial k}{\partial \sigma_{i'}} \left(\sum_{j=1}^J (\sigma_i^j - \bar{\sigma}_i) (\sigma_{i'}^j - \bar{\sigma}_{i'}) \right) / (J - 1) \end{aligned} \quad (4.8)$$

ここで、 $J \rightarrow \infty$ とすると式 (4.8) は以下のようになる。

$$V_k = \sum_i \sum_{i'} \frac{\partial k}{\partial \sigma_i} \frac{\partial k}{\partial \sigma_{i'}} \text{cov}(\sigma_i, \sigma_{i'}) \quad (4.9)$$

$\frac{\partial k}{\partial \sigma_i}$ は k の σ_i に対する感度係数であり、 k の分散は核データの共分散と感度係数から計算できることが分かる。 $\frac{\partial k}{\partial \sigma_i}$ を感度係数 S_i とした場合、式 (4.8) は以下の式で書ける。

$$V_k = \sum_i \sum_{i'} S_i S_{i'} \text{cov}(\sigma_i, \sigma_{i'}) \quad (4.10)$$

ここで、 i が I 個あるとして、感度係数ベクトル \mathbf{s} を以下のように定義する。

$$\mathbf{s}^T = (S_1 \quad S_2 \quad \dots \quad S_I) \quad (4.11)$$

パラメータ σ の共分散行列 \mathbf{V}_σ と \mathbf{s} を用いると k の分散 V_k は次の式のように書ける。

$$V_k = \mathbf{s}^T \mathbf{V}_\sigma \mathbf{s} \quad (4.12)$$

次に、二つの異なる系の実効増倍率 k_m 、 $k_{m'}$ について考える。 k_m 、 $k_{m'}$ の感度係数ベクトルをそれぞれ \mathbf{s}_m 、 $\mathbf{s}_{m'}$ とすると、 k_m と $k_{m'}$ の共分散は以下の式で計算できる。

$$\text{cov}(k_m, k_{m'}) = \mathbf{s}_m^T \mathbf{V}_\sigma \mathbf{s}_{m'} \quad (4.13)$$

さらに、感度係数行列 \mathbf{S} を以下のように定義する。

$$\mathbf{S} = (\mathbf{s}_1 \quad \mathbf{s}_2 \quad \dots \quad \mathbf{s}_M) \quad (4.14)$$

最終的に、 $k_m (m = 1, 2, \dots, M)$ に対する共分散行列 \mathbf{V}_k は以下のように得られる。

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{S}^T \mathbf{V}_\sigma \mathbf{S} \quad (4.15)$$

以上のように核データの共分散行列と感度係数によって k の不確かさを計算することができる。感度係数の計算方法については 4.4 節で述べる。

4.4 感度係数の計算

ある出力パラメータが入力パラメータから受ける影響の定量的な情報が感度係数である。4.3節で説明した手法による不確かさ計算には、感度係数が必要である。その感度係数を求める方法として、着目した核データを僅かに変動させ、それに対応した中性子増倍率の変動量から感度を計算する方法と摂動論を用いる方法がある。出力パラメータの数が入力パラメータの数よりも小さい場合には後者を用いることが望ましいため、本研究では、摂動論を用いて感度係数を求めた。

本研究では核データに起因する中性子増倍率の不確かさを求めることになるが、中性子増倍率は核データのみから決定されるパラメータではない。中性子増倍率は核種数密度にも依存するパラメータである。さらに、燃焼問題の場合は、核種数密度は核データに起因する不確かさを持つ。つまり、核データ起因の燃焼中の中性子増倍率の不確かさには、核データから「直接的に」中性子増倍率の不確かさになるものと、核データから核種数密度を介して「間接的に」中性子増倍率の不確かさになるものがある。巨視的反応断面積を Σ 、核種 j の数密度を N_j とした時、ある核データ σ に対する中性子増倍率の感度は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{dk}{d\sigma} &= \frac{\partial k}{\partial \sigma} + \sum_j \left(\frac{\partial k}{\partial N_j} \right) \left(\frac{\partial N_j}{\partial \sigma} \right) \\ &= \left(\frac{\partial k}{\partial \Sigma} \right) \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \sigma} \right) + \sum_j \left(\frac{\partial k}{\partial \Sigma} \right) \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial N_j} \right) \left(\frac{\partial N_j}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

式 (4.16) の右辺第一項は核データに対する中性子増倍率の直接的な感度係数に相当する。また、式 (4.16) の右辺第二項は核データに対する中性子増倍率の間接的な感度係数に相当する。以下にそれぞれの感度係数の計算について述べる。

4.4.1 直接的な感度係数

体系に微小な変動（摂動）が加わった場合に中性子増倍率がどれだけ変化するかを考える。まず、中性子拡散方程式を演算子 A 、 F と中性子束 ϕ 、中性子増倍率 k を用いて以下のように書ける。

$$A\phi = \frac{1}{k}F\phi \quad (4.17)$$

次に随伴方程式を以下のように定義する。

$$A^\dagger\phi^\dagger = \frac{1}{k}F^\dagger\phi^\dagger \quad (4.18)$$

ここで、 ϕ^\dagger は随伴中性子束である。 A^\dagger 、 F^\dagger は、それぞれ A 、 F に対する随伴演算子であり、以下の性質を有する。

$$\langle \phi^\dagger, A\phi \rangle = \langle \phi, A^\dagger\phi^\dagger \rangle, \quad (4.19)$$

$$\langle \phi^\dagger, F\phi \rangle = \langle \phi, F^\dagger\phi^\dagger \rangle \quad (4.20)$$

ここで、内積記号 $\langle \rangle$ は全空間、全エネルギーでの積分を示す。式 (4.17) で示される系に摂動が与えられ、演算子が $A' = A + \Delta A$ 、 $F' = F + \Delta F$ となり、中性子増倍率が k' となったとする。摂動前の随伴方程式と摂動後の拡散方程式は以下のように書ける。

$$A^\dagger\phi^\dagger = \frac{1}{k}F^\dagger\phi^\dagger, \quad (4.21)$$

$$A'\phi' = \frac{1}{k'}F'\phi' \quad (4.22)$$

式 (4.21) の両辺に ϕ' 、式 (4.22) の両辺に ϕ^\dagger を乗じ、それぞれの式について全空間、全エネルギーで積分して以下の式を得る。

$$\langle \phi', A^\dagger \phi^\dagger \rangle = \frac{1}{k} \langle \phi', F^\dagger \phi^\dagger \rangle, \quad (4.23)$$

$$\langle \phi^\dagger, A' \phi' \rangle = \frac{1}{k'} \langle \phi^\dagger, F' \phi' \rangle, \quad (4.24)$$

式 (4.23) に対して、随伴演算子の性質を用いると、以下のように変形できる。

$$\langle \phi^\dagger, A \phi' \rangle = \frac{1}{k} \langle \phi^\dagger, F \phi' \rangle \quad (4.25)$$

従って、摂動による中性子増倍率が以下の積分から計算できる。

$$k' - k = \frac{\langle \phi^\dagger, F' \phi' \rangle}{\langle \phi^\dagger, A' \phi' \rangle} - \frac{\langle \phi^\dagger, F \phi' \rangle}{\langle \phi^\dagger, A \phi' \rangle} \quad (4.26)$$

さらに、式 (4.26) において、 $\phi' \approx \phi$ と近似すると以下の式を得る。

$$k' - k = \frac{\langle \phi^\dagger, F' \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, A' \phi \rangle} - \frac{\langle \phi^\dagger, F \phi \rangle}{\langle \phi^\dagger, A \phi \rangle} \quad (4.27)$$

核データに変動が加わった場合の演算子 A 、 F の変動は容易に計算できるため、式 (4.27) を用いて中性子拡散方程式を解くことなく、中性子増倍率の変化を知ることができる。この計算を利用して、核データに対する中性子増倍率の直接的な感度係数を求めた。

4.4.2 間接的な感度係数

式 (4.16) での第二項で表される間接的な感度係数の中の $\left(\frac{\partial N_i}{\partial \sigma}\right)$ は 4.4.1 節と同様の方法では求められない。これを求める方法についてここで説明する。

簡単のため空間、エネルギー依存を無視した燃焼方程式は以下の式で書ける。

$$\frac{d\mathbf{N}(t)}{dt} = \mathbf{M}\mathbf{N}(t) \quad (4.28)$$

ここで、 \mathbf{N} は核種数密度ベクトル、行列 \mathbf{M} は燃焼行列である。燃焼行列は反応断面積や中性子束、核種の崩壊データ等で決まるものである。燃焼方程式を数値的に解くことによって核種数密度の時間変化を求めることができる。ここで、入力となる核データが変動した場合、それは燃焼行列 \mathbf{M} を介して \mathbf{N} に変動を与えることになる。燃焼行列 \mathbf{M} は以下のような中性子輸送方程式を時間ステップ毎に解くことによって得られる。

$$\mathbf{B}\phi = \left(\mathbf{A} - \frac{1}{k}\mathbf{F}\right)\phi = 0 \quad (4.29)$$

ここで、 \mathbf{B} 、 \mathbf{A} 、 \mathbf{F} は演算子、 ϕ は中性子束を表す。核データが変動した場合、中性子輸送方程式の \mathbf{A} や \mathbf{F} を介して中性子束 ϕ に影響を与えることになる。その結果、燃焼行列 \mathbf{M} も影響を受けるため、核データの変動によって \mathbf{N} が変動することとなる。

さて、式 (4.28) の時間 t について $[0, T]$ の時間ステップに着目するとし、このステップ中で核データに変動が与えられて燃焼行列が $\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M}$ になったとする。このときの燃焼方程式は以下ようになる。

$$\frac{d(\mathbf{N}(t) + \Delta\mathbf{N}(t))}{dt} = \mathbf{M}\mathbf{N}(t) + \Delta\mathbf{M}\mathbf{N}(t) + \mathbf{M}\Delta\mathbf{N}(t) + \Delta\mathbf{M}\Delta\mathbf{N}(t) \quad (4.30)$$

これに式 (4.28) に代入し、 $\Delta M \Delta N(t) = 0$ と近似すると以下の式を得る。

$$\frac{d\Delta N(t)}{dt} = \Delta M N(t) + M \Delta N(t) \quad (4.31)$$

式 (4.31) を用いて核データの変動による N の i 番目の核種数密度 $N_i(T)$ の変動を調べることができる。まず、式 (4.31) の両辺に $w^T(T) = e_i$ を満足する $w^T(t)$ を乗じて $[0, T]$ で積分すると以下の式が得られる。ここで、 e_i は i 番目の要素のみ 1 で、その他の要素は 0 となるベクトルである。

$$\int_0^T w^T(t) \frac{d\Delta N(t)}{dt} dt = \int_0^T w^T(t) \Delta M N(t) dt + \int_0^T w^T(t) M \Delta N(t) dt \quad (4.32)$$

ここで、ベクトルの肩添字 T は転置を示す。また、この式の左辺は以下のように書ける。

$$\int_0^T w^T(t) \frac{d\Delta N(t)}{dt} dt = [w^T(t) \Delta N(t)]_0^T - \int_0^T \frac{dw^T(t)}{dt} \Delta N(t) dt \quad (4.33)$$

さらに、この式の右辺第一項は以下のように書ける。

$$[w^T(t) \Delta N(t)]_0^T = w^T(T) \Delta N(T) - w^T(0) \Delta N(0) \quad (4.34)$$

ここで、 $\Delta N(0) = 0$ であるため、式 (4.34) は以下ようになる。

$$[w^T(t) \Delta N(t)]_0^T = w^T(T) \Delta N(T) = \Delta N_i(T) \quad (4.35)$$

従って、式 (4.32) は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \Delta N_i(T) &= \int_0^T w^T(t) \Delta M N(t) dt + \int_0^T w^T(t) M \Delta N(t) dt + \int_0^T \frac{dw^T(t)}{dt} \Delta N(t) dt \\ &= \int_0^T w^T(t) \Delta M N(t) dt + \int_0^T \Delta N^T(t) M^T w(t) dt + \int_0^T \Delta N^T(t) \frac{dw(t)}{dt} dt \\ &= \int_0^T w^T(t) \Delta M N(t) dt + \int_0^T \Delta N^T(t) \left(M^T w(t) + \frac{dw(t)}{dt} \right) dt \end{aligned} \quad (4.36)$$

さらに、 $w(t)$ を以下の微分方程式を満足するものとして定義する。

$$\frac{dw(t)}{dt} = -M^T w(t) \quad (4.37)$$

そうすると、式 (4.36) は以下のように書ける。

$$\Delta N_i(T) = \int_0^T w^T(t) \Delta M N(t) dt \quad (4.38)$$

従って、核データ σ に対する $N_i(T)$ の感度は以下の式で計算できる。

$$\frac{\partial N_i(T)}{\partial \sigma} = \int_0^T w^T(t) \frac{\partial M}{\partial \sigma} N(t) dt \quad (4.39)$$

5 簡易化した燃焼チェーンを用いた不確かさ計算における核データの共分散行列

5.1 燃焼チェーン

原子炉では燃焼の仮定で多くの核種が生成される。原子炉物理の解析において、核分裂や吸収等の核反応や崩壊により変化する核種同士の繋がりのことを燃焼チェーンと呼ぶ。実際に生成される核種は 1000 種類以上あり、計算負荷が大きくなるため、燃焼計算では全ての核種を扱う燃焼チェーンを用いることはそう多くない。重要でない核種を無視したチェーンである簡易化した燃焼チェーンを使うのが一般的である。ところが不確かさ計算においては、簡易化した燃焼チェーンを使用することは簡単ではない。燃焼チェーンの変化に伴い、核データの不確かさの伝播を把握する必要があるためである。

5.2 核データの不確かさ情報

核データの不確かさ情報は、評価済み核データライブラリで与えられている。不確かさは共分散行列もしくは標準偏差の形で与えられる。燃焼チェーンを簡易化すると、用いる核データの値はもちろん、不確かさデータも変化する。簡易化した燃焼チェーンで用いる核データの不確かさを把握するためには、核種同士の不確かさの伝播を考慮する必要がある。さらには、簡易化した燃焼チェーンでは、相関が無い不確かさデータ同士が相関を持つようになるケースがあることにも注意が必要である。簡易化した燃焼チェーン用に不確かさデータを作成することで、簡易化した燃焼チェーンを用いた不確かさ計算が可能となる。燃焼チェーンの簡易化に伴い変化する核データは、核分裂収率と崩壊分岐比、反応分岐比である。

評価済み核データファイルでは、核分裂収率の不確かさデータは核分裂性核種及び核分裂生成物毎に与えられている。片倉の方法を用いると、同一の質量チェーンに属する核分裂生成物の相関を考慮することができる [4]。そうすると核分裂収率の不確かさデータは、核分裂生成物同士に相関を持つ共分散行列で表現できる。そして、核分裂性核種同士の相関を考えない場合は、核分裂性核種の数の共分散行列という形で不確かさデータを扱うこととなる。

崩壊・反応分岐比の不確かさデータは、核種毎に分岐した後の核種同士に相関を持つ共分散行列で表現できる。燃焼チェーンが簡易化された場合は崩壊・反応分岐比の不確かさが核分裂収率の不確かさとして表れる場合がある。例えば、崩壊分岐前の核種が扱われず分岐後の核種が扱われる燃焼チェーンでは、分岐後の核種の核分裂収率に分岐前の核種の分岐比が関係してくる。この場合、核分裂収率の不確かさとして崩壊・反応分岐比の不確かさが表れる。さらに、このように核分裂収率として表れる分岐比の不確かさは、核分裂性核種同士に相関を持つ。そのため、核分裂収率として表れる分岐比の不確かさは、扱う全ての核分裂性核種、核分裂生成物のデータを持つ共分散行列で表現する必要がある。

5.3 ランダムサンプリング法

共分散行列の作成はランダムサンプリング法を用いて行った。手順は以下の通りである。

1. 疑似乱数を使用して、不確かさを持つデータを模擬したサンプルを作成する。
2. サンプルを使用し、CBZ の簡易化燃焼チェーン作成モジュールにて簡易化した燃焼チェーンを作成

する。

3. サンプルの数だけ作成した燃焼チェーンから用いるデータの標本分散、標本共分散を求める。

5.4 計算条件

簡易化燃焼チェーンと詳細燃焼チェーンの違いが、燃焼計算結果に与える影響を調べるため、それぞれの燃焼チェーンでピンセルモデルにおける燃焼計算を行い、比較した。モデルの寸法、組成、その他の条件は6章と同様である。以下の条件の下で共分散行列を作成した。

- 疑似乱数は C++ の rand 関数で得た。
- 断面積データは JENDL-4.0、崩壊データは JENDL/FPD-2011、核分裂収率データは JENDL/FPY-2011 のものを使用した。
- 核種間の核データの相関は片倉の方法により求めたものを使用した。
- 核分裂収率として表れる反応分岐比の不確かさは無視した。
- 全ての核種を扱うチェーン（以下、詳細燃焼チェーン）と核分裂生成物を 138 種類に簡易化したチェーン（以下、簡易化燃焼チェーン）の二つを用いた [2]。

感度係数は 40GWd/t 時点のものを CBZ で計算した。作成した共分散行列を用いて燃焼後の核種数密度と中性子増倍率の不確かさ計算を行った。

5.5 計算結果・考察

まず、簡易化燃焼チェーンと詳細燃焼チェーンを用いて、ピンセルモデルにおける燃焼後核種数密度の不確かさ計算を行った。燃焼チェーン間の核種数密度の相対差を図 5.1 に示す。簡易化燃焼チェーンで扱う 138 核種のほとんどの燃焼後数密度の燃焼チェーン間の差異は、1% 以内と小さかった。燃焼チェーン間の差異が大きい核種も見られたが、原子炉特性への影響が小さい核種のみであった。簡易化燃焼チェーンでは、原子炉特性上重要であり、詳細チェーンの燃焼後数密度を再現することを期待されている核種は Mo-95、Tc-99、Ru-101、Rh-103、Rh-105、Pd-105、Pd-107、Pd-108、Ag-109、I-135、Xe-131、Xe-135、Cs-133、Cs-134、Pr-141、Nd-143、Nd-145、Pm-147、Pm-148、Pm-148m、Pm-149、Sm-147、Sm-149、Sm-150、Sm-151、Sm-152、Eu-153、Eu-154、Eu-155、Gd-154、Gd-155、Gd-156、Gd-157 の 33 核種である。これらの核種の燃焼後数密度の差異は、最大でも Nd-143 の 0.41% と小さいことが確認できた。

核種数密度の不確かさの差異を図 5.2 に示す。ほとんどの核種で燃焼チェーン間の差異は小さかった。燃焼チェーン間の差異が大きい核種がいくつか見られたが、中性子増倍率への影響が小さい核種のみであった。

図 5.3 に燃焼チェーン間の核分裂収率データによる核種数密度の不確かさの差異を示す。核分裂収率による核種数密度の不確かさの燃焼チェーン間の差異はほとんどの核種で 2% 以内と小さかった。Cd-111 と In-115 の差異が比較的大きかったが、これらは詳細燃焼チェーンの燃焼後核種数密度を再現することが保証されていない核種であり、中性子増倍率への影響は小さい。

図 5.4 に燃焼チェーン間の崩壊分岐比データによる核種数密度の不確かさの差異と、不確かさの内の崩壊分岐比として表れる崩壊分岐比によるものの割合を示す。崩壊分岐比による核種数密度の不確かさの燃焼チェーン間の差異は多くの核種で 3% 以内であった。いくつかの核種で 5~12% の差異があったが、それらは中性子増倍率への影響が小さい核種であった。さらに、7 つの核種 (Ru-104、Pd-104、Cd-110、Sb-121、Gd-152、

Gd-153、Gd-154) で 40% 以上の差異が生じた。差異が生じた原因は、反応分岐比による不確かさを無視していることと考えられる。この 7 つの核種も何れも中性子増倍率の影響は小さく、実用上の問題は無いと考えられる。

次に、簡易化燃焼チェーンと詳細燃焼チェーンを用いてピンセルモデルにおける中性子増倍率の不確かさ計算を行った。図 5.5 に中性子増倍率の不確かさを示す。また、不確かさの燃焼チェーン間の相対差を図 5.6 に示す。核分裂収率による中性子増倍率の不確かさの燃焼チェーン間の差異は燃焼を通して-0.5% から 0.1% 程度であった。崩壊分岐比によるものは、燃焼を通して-0.2% から-0.1% 程度であった。これらを合わせると中性子増倍率の不確かさの燃焼チェーン間の差異は、0.05% 以内となった。従って、核データに起因する中性子増倍率の不確かさ計算において、簡易化燃焼チェーンで詳細燃焼チェーンの結果を概ね再現することができたとと言える。

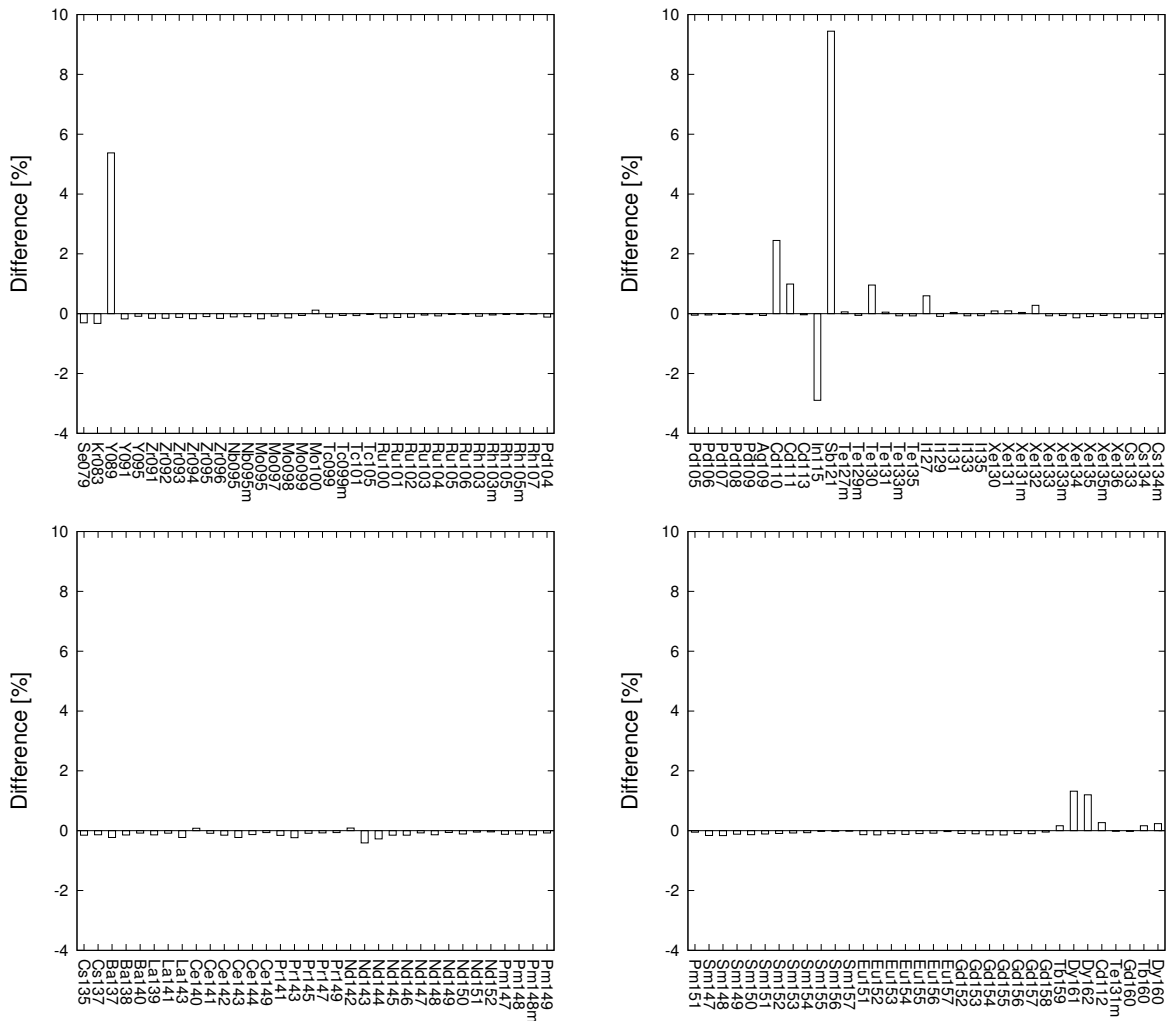


図 5.1: 核種数密度の差異

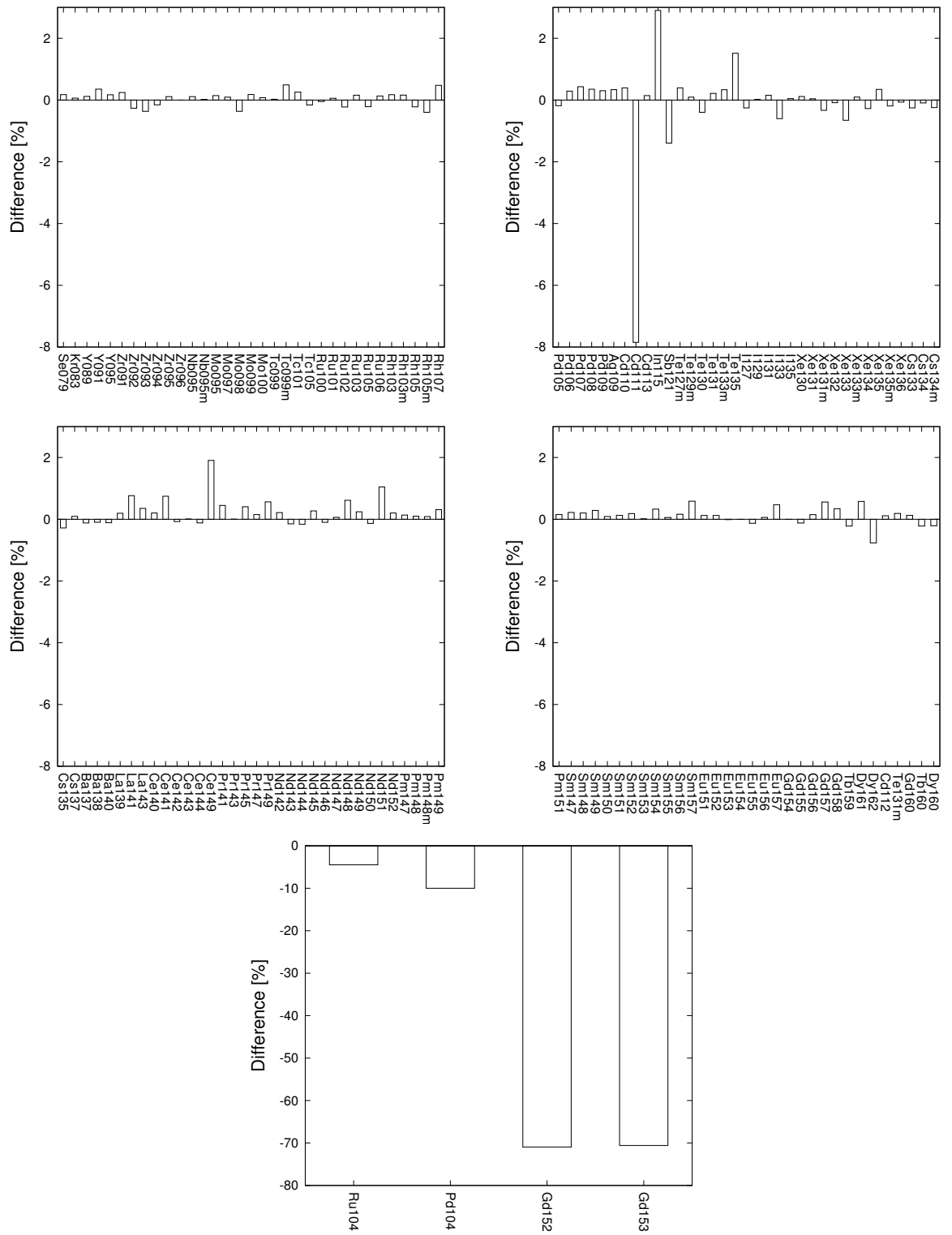


図 5.2: 核種数密度の不確かさの差異

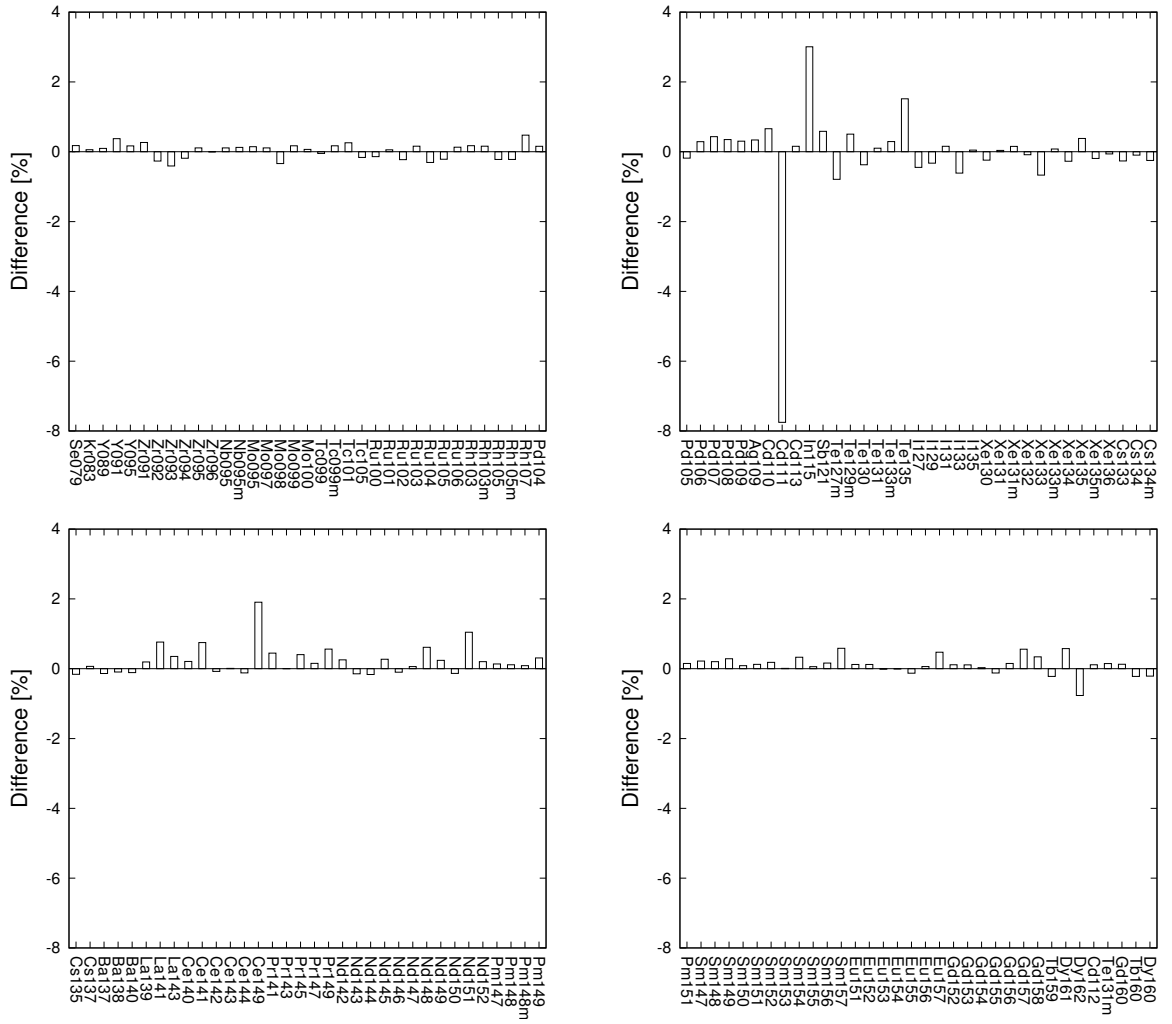


図 5.3: 核分裂収率データによる核種数密度の不確かさの差異

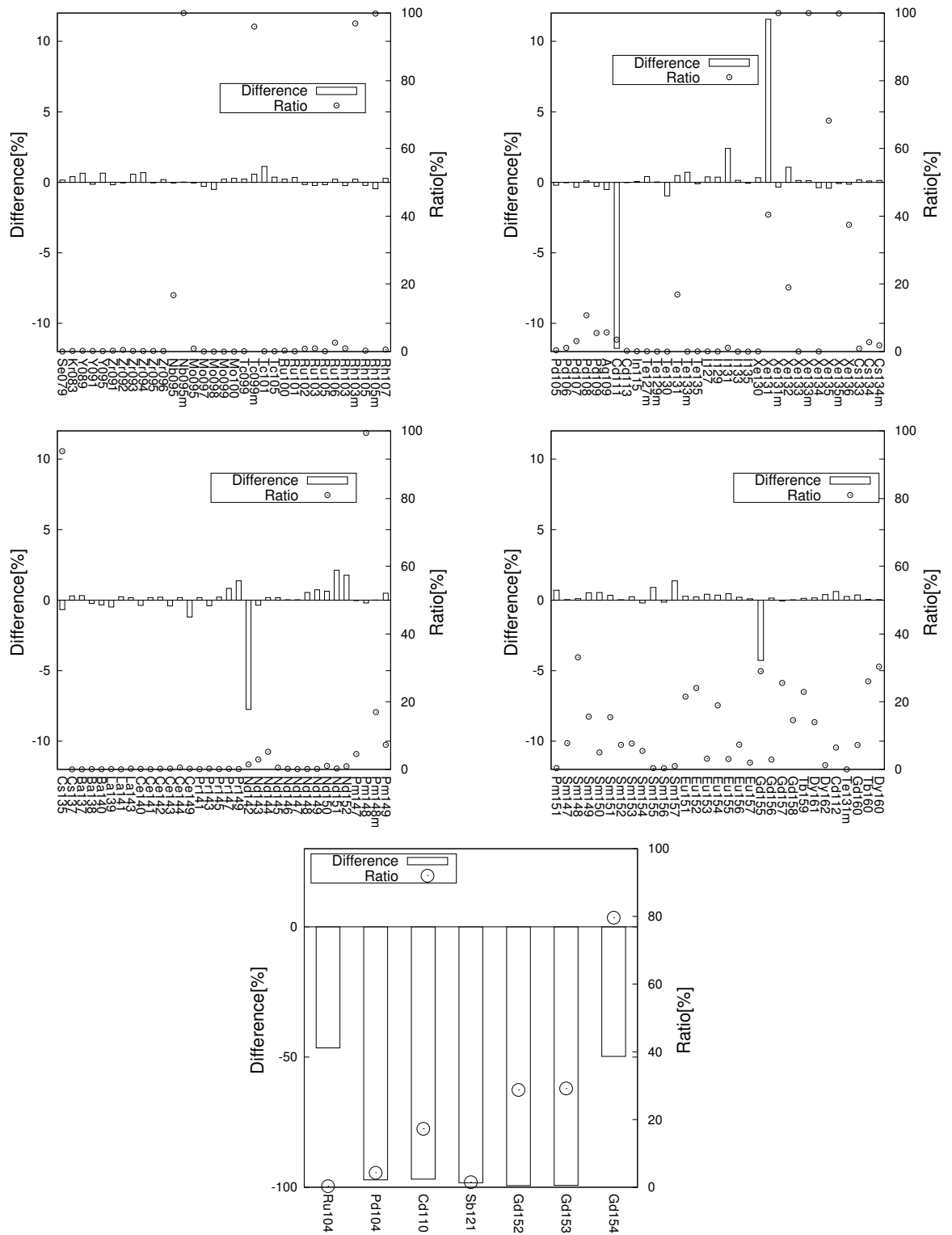


図 5.4: 崩壊分岐比データによる核種数密度の不確かさの差異

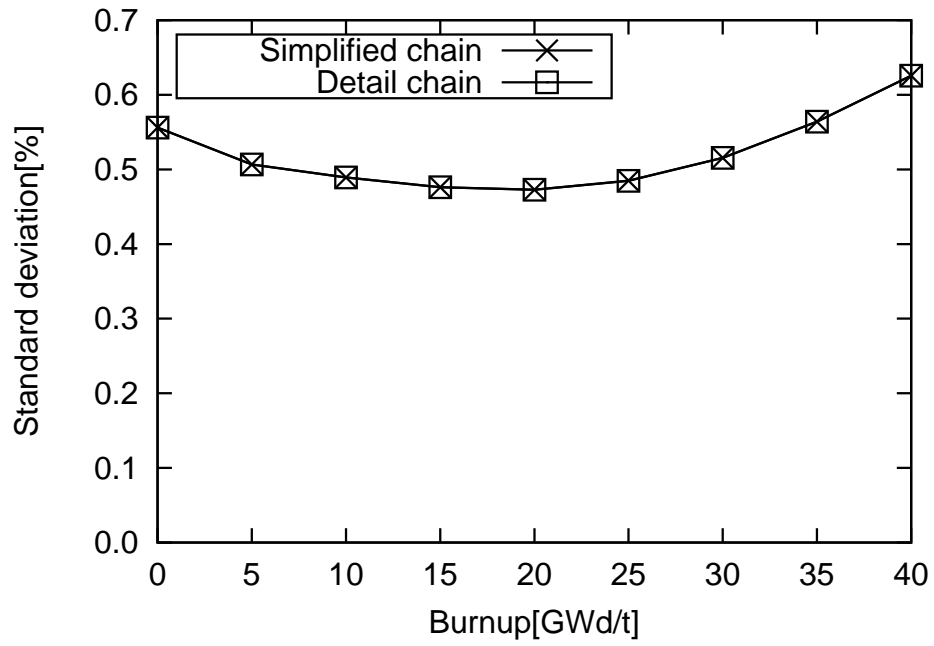


図 5.5: 各燃焼チェーンにおける中性子増倍率の不確かさ

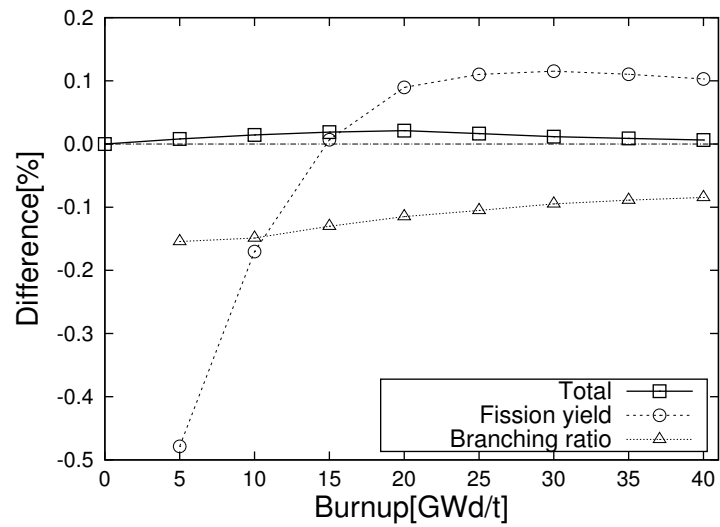


図 5.6: 燃焼チェーンの簡易化に伴う中性子増倍率の不確かさの変化

6 中性子増倍率の不確かさの定量化

6.1 計算条件

4章で説明した方法で不確かさ計算を行った。3章と同様のピンセルモデルと3×3セルモデルを用いた。Gd₂O₃燃料、被覆管、減速材の組成及び各領域の温度は同じものを用いたが、モデルの寸法及びUO₂燃料の組成が異なる。表6.1に各寸法を示す。全ての方向で境界条件は完全反射条件とした。なお、燃料ペレットと被覆管の間のギャップは無いものとして計算した。表6.2にUO₂燃料の原子数密度を示す。UO₂燃料のウラン濃縮度は濃縮度3.4wt%、Gd₂O₃燃料のウラン濃縮度は2.63wt%、ガドリニウム濃度は10wt%である。何れのモデルも共鳴計算はピンセルモデルで行った。核データ及び不確かさデータは、5章で作成したものをを使用した。燃焼条件は以下の通りとした。

- 線出力密度は燃料ピン1本当たり179W/cmで一定
- Gd₂O₃燃料の燃焼領域は等面積で8分割
- 感度係数は5GWd/t刻みで40GWd/tまで計算
- 燃焼チェーンは5章と同様に、FPを138核種に絞った簡易化燃焼チェーン

以上の条件の下、感度係数の計算及び不確かさ計算を行った。さらに、各燃焼点の燃焼後に5年もしくは10年の冷却期間を設けた計算を行った。加えて、核分裂生成物の断面積の不確かさ情報はJENDLに収録されていないため、全エネルギー領域の捕獲断面積に一律に10%もしくは30%、エネルギー間の相関が1.0の不確かさを仮定した計算も行った。

表 6.1: ピンセル及び3×3セルモデルの寸法

内容	寸法 [cm]
燃料棒ピッチ	1.265
ペレット外径	0.824
燃料被覆管内径	0.824
燃料被覆管外径	0.952
案内管内径	1.100
案内管外径	1.200

表 6.2: UO₂燃料の組成

核種	原子数密度 [/barn/cm]
U-235	7.753E-4
U-238	2.175E-2
O-16	4.505E-2

6.2 計算結果

核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさをする場合としない場合のそれぞれで燃焼後の冷却を行う場合と行わない場合の4パターンの結果を示す。

6.2.1 核分裂生成物の反応断面積の不確かさを仮定しない場合 (冷却無し)

図 6.1 に核データに起因する中性子増倍率の不確かさを示す。

ピンセルモデルの場合、不確かさは燃焼を通して約 0.5% から 0.6% であった。燃焼に伴い、始めに不確かさが減少し、20GWd/t を境に増加した。

図 6.2 にピンセルモデルにおける中性子増倍率の不確かさの主な要因を示す。20GWd/t までの不確かさの減少は、U-238 の捕獲断面積による不確かさが減少していることが原因である。図 6.3 にピンセルモデルにおける U-238 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数を示す。U-238 の捕獲断面積に対する感度は、中性子捕獲により中性子増倍率を変化させる直接的感度と、Pu 生成を介して中性子増倍率を変化させる間接的感度が打ち消し合う。燃焼に伴う Pu-239 の生成により、間接的感度が大きくなり、U-238 の捕獲断面積に対する感度が小さくなる。その結果、燃焼に伴う不確かさの減少が起きた。一方、図 6.2 より、燃焼後期の不確かさの増加の原因は、Pu-239 及び Pu-241 の断面積による不確かさが燃焼後期で増加することが原因である。図 6.4 に Pu-239 及び Pu-241 の燃焼に伴う核種数密度の変化を示す。これらの高次のプルトニウムは、燃焼前には存在しないが、燃焼に伴い増加していくため、燃焼後期中性子増倍率に影響を与える。

3×3 セルモデルの場合も、不確かさは燃焼を通して約 0.5% から 0.6% であった。どの燃焼点でもピンセルモデルの場合と比べて僅かに不確かさが大きかった。また、不確かさの燃焼変化がピンセルモデルの場合と大きく異なった。異なる点は、15GWd/t から 20GWd/t 辺りで不確かさが増加する点である。このモデル間の不確かさの燃焼変化の相違は、中性子束エネルギースペクトルの変化による影響の大きさの違いに起因する。ピンセルモデルでは、U-238 の捕獲断面積に対する間接的感度が燃焼により増加する。しかし、3×3 セルモデルでは 15GWd/t から 20GWd/t 辺りで U-238 の捕獲断面積に対する間接的感度が減少する。図 6.6 に 3×3 セルモデルにおける U-238 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数を示す。15GWd/t から 20GWd/t 辺りで間接的感度が減少する原因はまず、燃焼に伴う熱中性子を吸収しやすい核種である Pu-239 の増加により中性子エネルギースペクトルが硬化する。次に中性子エネルギースペクトルの硬化により、ガドリニウムの中性子吸収が減り、ガドリニウムが燃え残ることになる。ガドリニウムが残ることで中性子増倍率は小さくなるため、U-238 の捕獲断面積に対する間接的感度が減少する。その結果、U-238 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度が大きくなったため、不確かさがピンセルモデルとは異なる挙動をした。

さらに、図 6.7、図 6.8 にデータ毎が起因する中性子増倍率の不確かさを示す。ピンセルモデル、3×3 セルモデル共に反応断面積による不確かさが大半を占めることが分かった。また、核分裂収率に起因する不確かさは燃焼に伴う増加が見られた。これは、核分裂生成物が増加していき、中性子増倍率に与える影響が強くなる事実と一致する。崩壊分岐比、核分裂収率として表れる崩壊分岐比、半減期に起因する不確かさは燃焼を通してほぼ一定であった。

図 6.9 にピンセルモデルと 3×3 セルモデルの各燃焼点における核データに起因する中性子増倍率の相関行列を示す。どちらのモデルでも近い燃焼点同士の相関が強く、遠い燃焼点同士の相関が弱い傾向が見られた。3×3 セルモデルで、遠い燃焼点同士の相関がピンセルモデルと比べて僅かに強かった。また、図 6.10、図 6.11 にピンセルモデル、3×3 セルモデルそれぞれの相関行列をデータ毎に示す。不確かさの大半が反応断面積によ

るものであるため、反応断面積に起因する相関行列と合計した核データに起因する相関行列はほとんど同じ傾向となった。核分裂収率に起因する相関行列は、近い燃焼点同士ほど相関が強かった。反応断面積に起因する相関行列と比べると、遠い燃焼点同士の相関が強い傾向があった。また、3×3セルモデルの核分裂収率に起因する相関はピンセルモデルのものとは比べると、遠い燃焼点同士の相関が強かった。その他のデータに起因する相関に関しては、どの燃焼点も1に近かった。

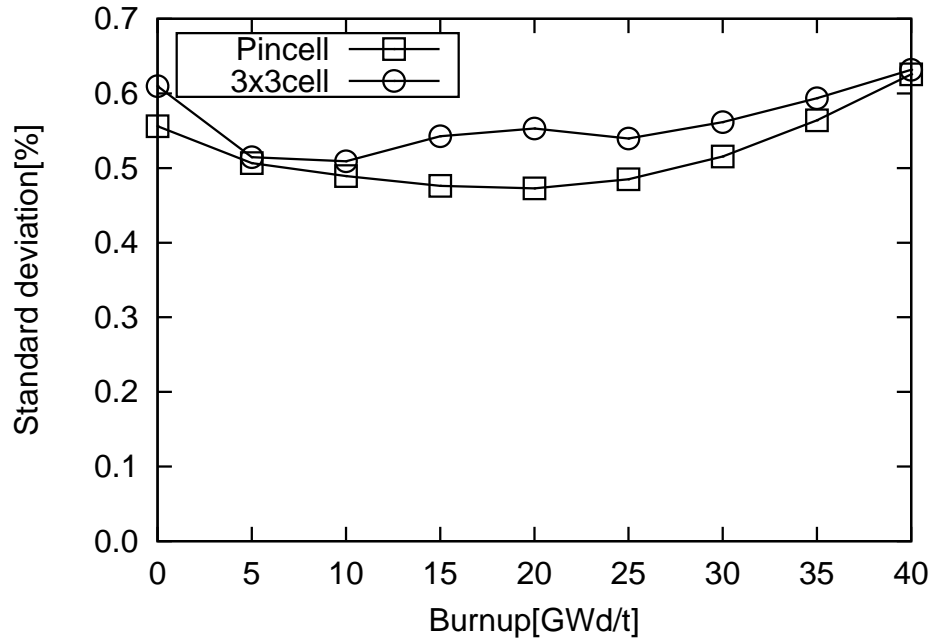


図 6.1: 核データによる中性子増倍率の不確かさ

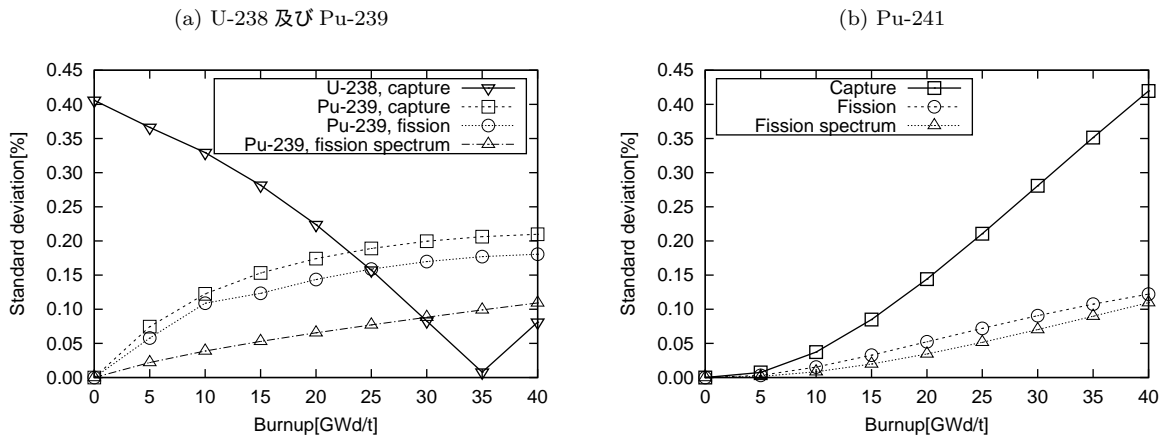


図 6.2: ピンセルモデルにおける中性子増倍率の不確かさの主要因

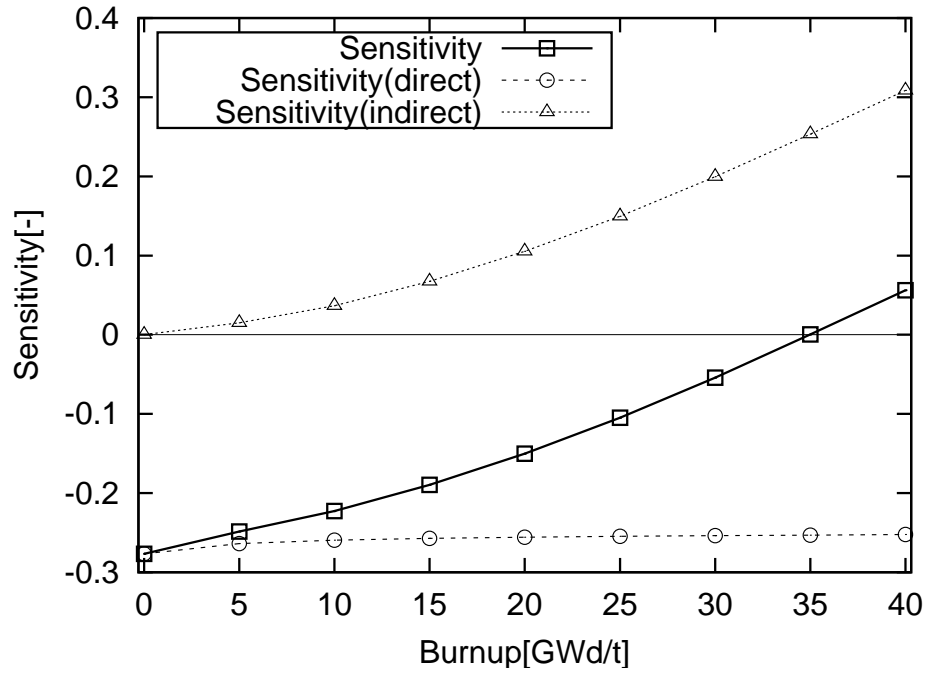


図 6.3: ピンセルモデルにおける U-238 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数

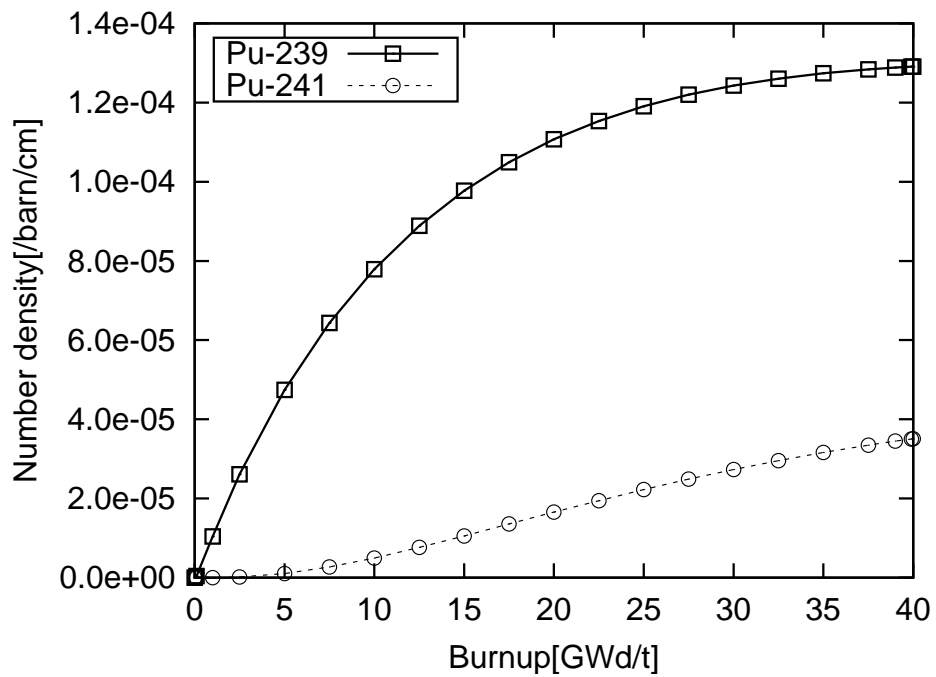


図 6.4: Pu-239 及び Pu-241 の数密度変化

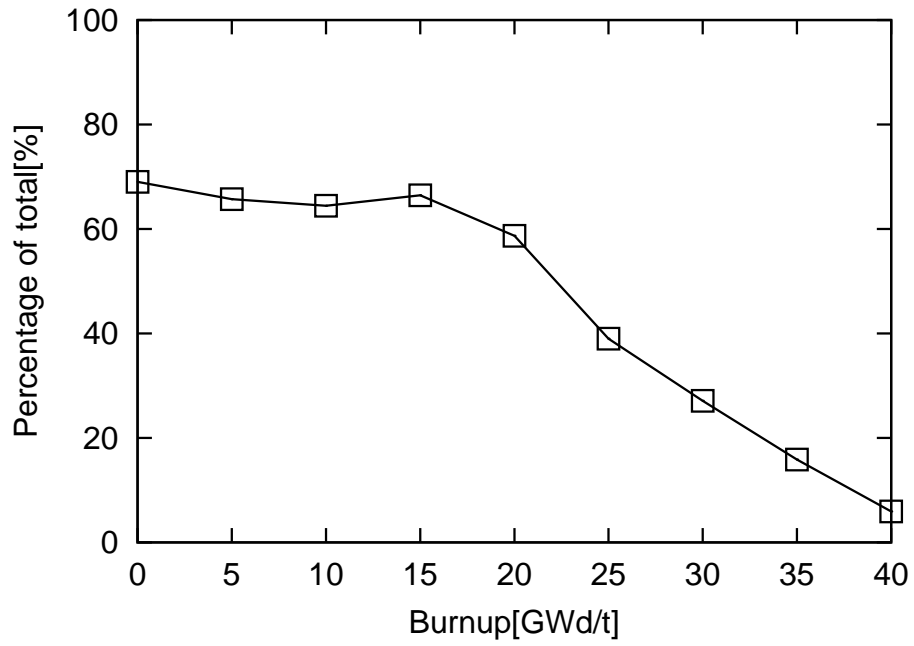


図 6.5: 3×3 セルモデルにおける U-238 の捕獲断面積に起因する中性子増倍率の割合

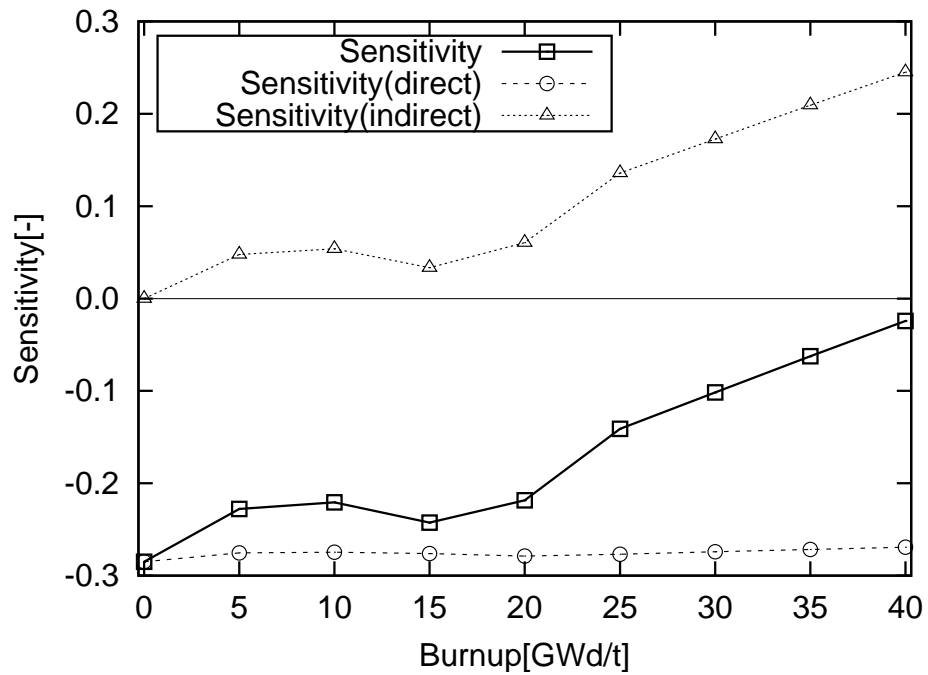


図 6.6: 3×3 セルモデルにおける U-238 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数

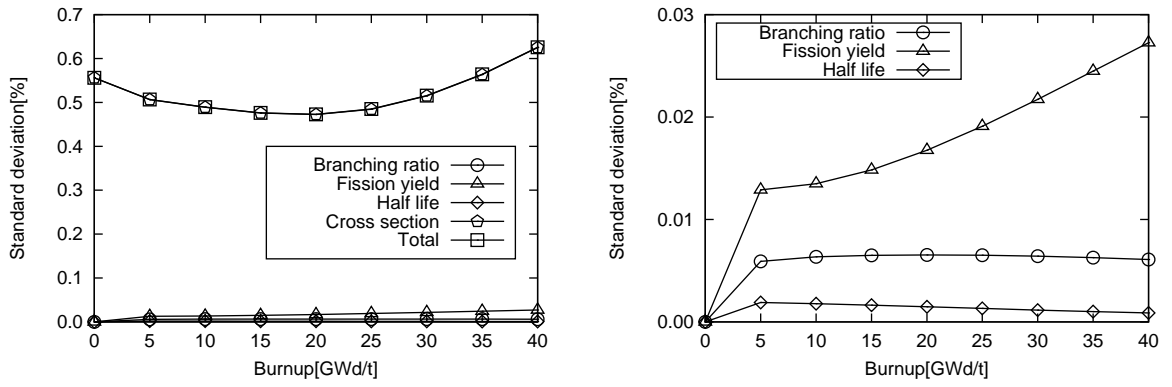


図 6.7: ピンセルモデルにおける核データによる中性子増倍率の不確かさ (右図は小さい値を拡大したもの)

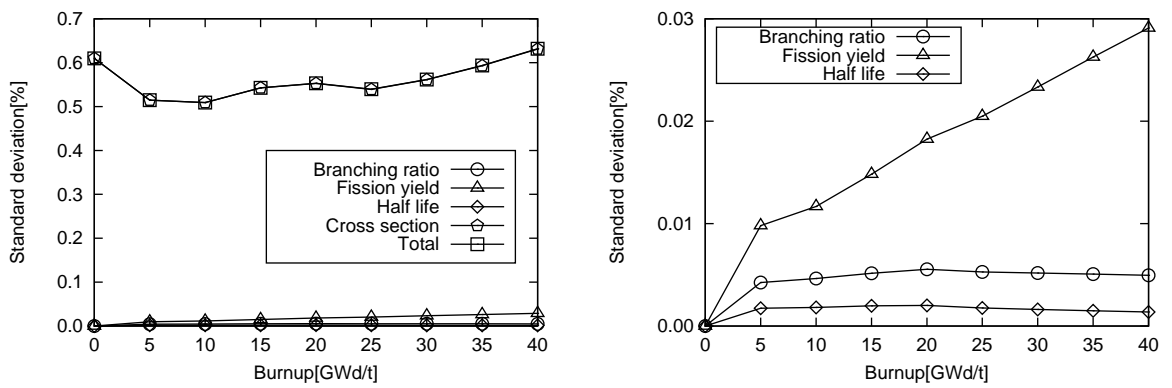


図 6.8: 3×3 モデルにおける核データによる中性子増倍率の不確かさ (右図は小さい値を拡大したもの)

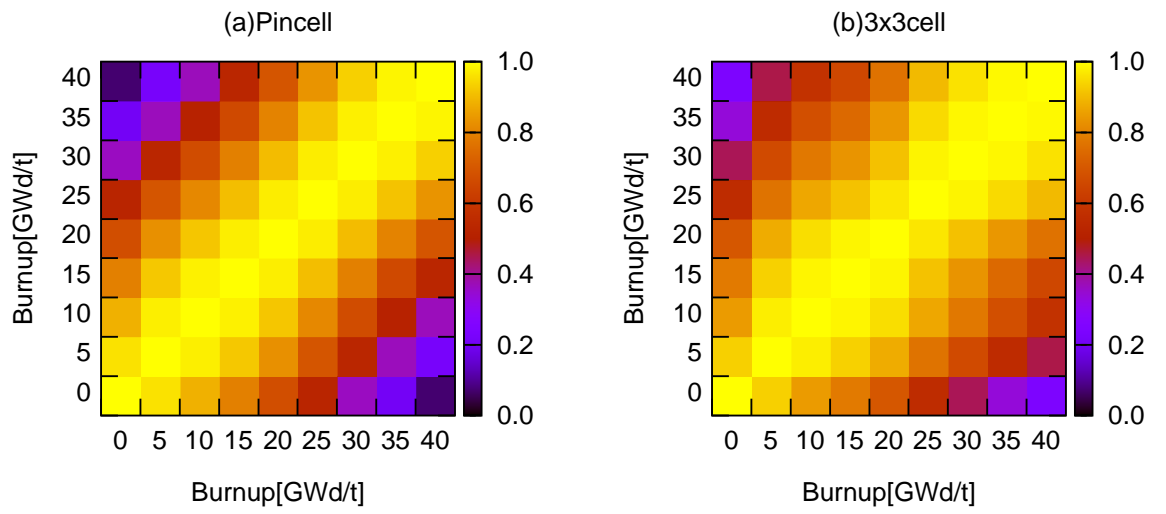


図 6.9: 各燃焼点における核データに起因する中性子増倍率の相関行列

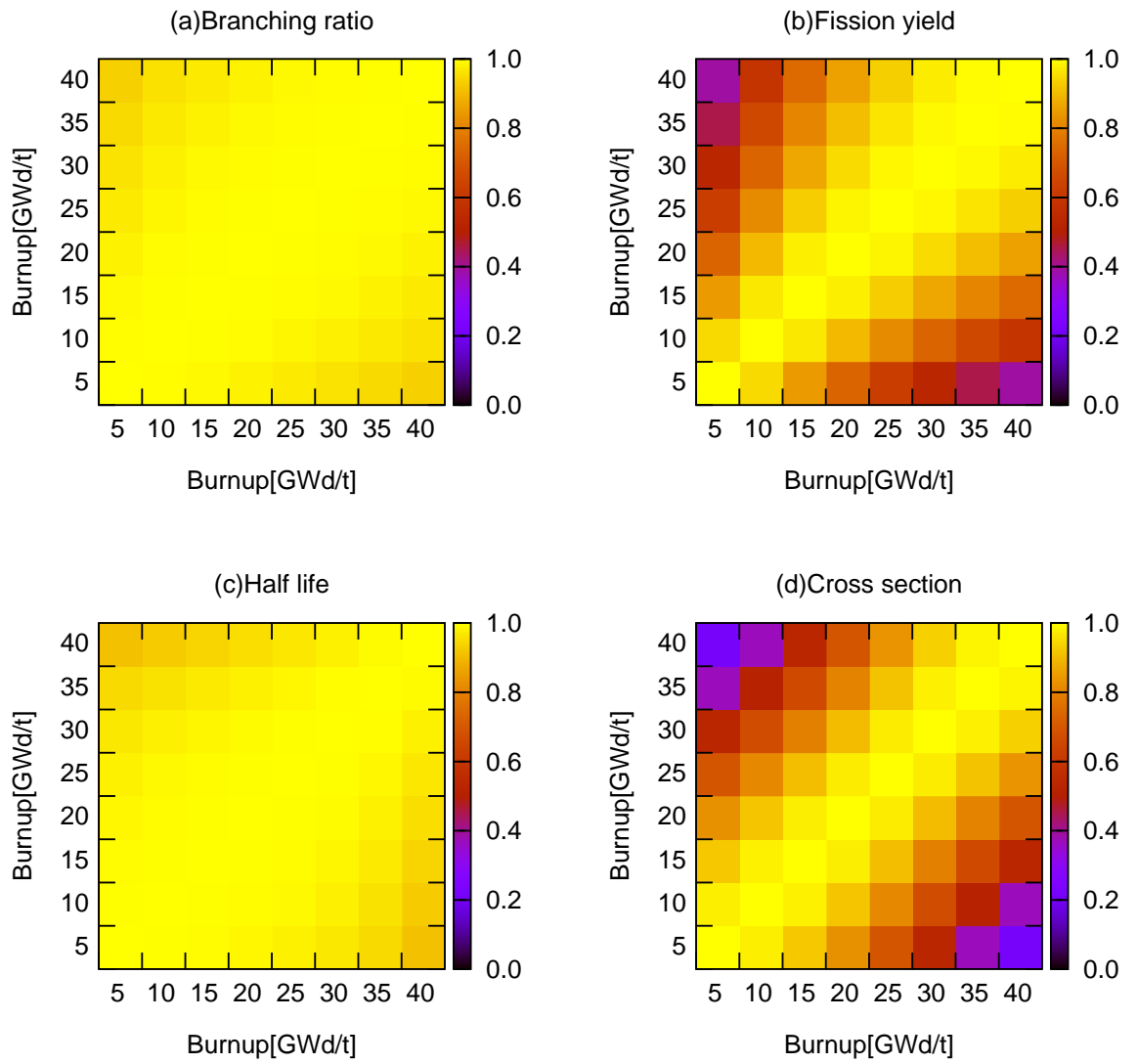


図 6.10: ピンセルモデルの各燃焼点における中性子増倍率の相関行列

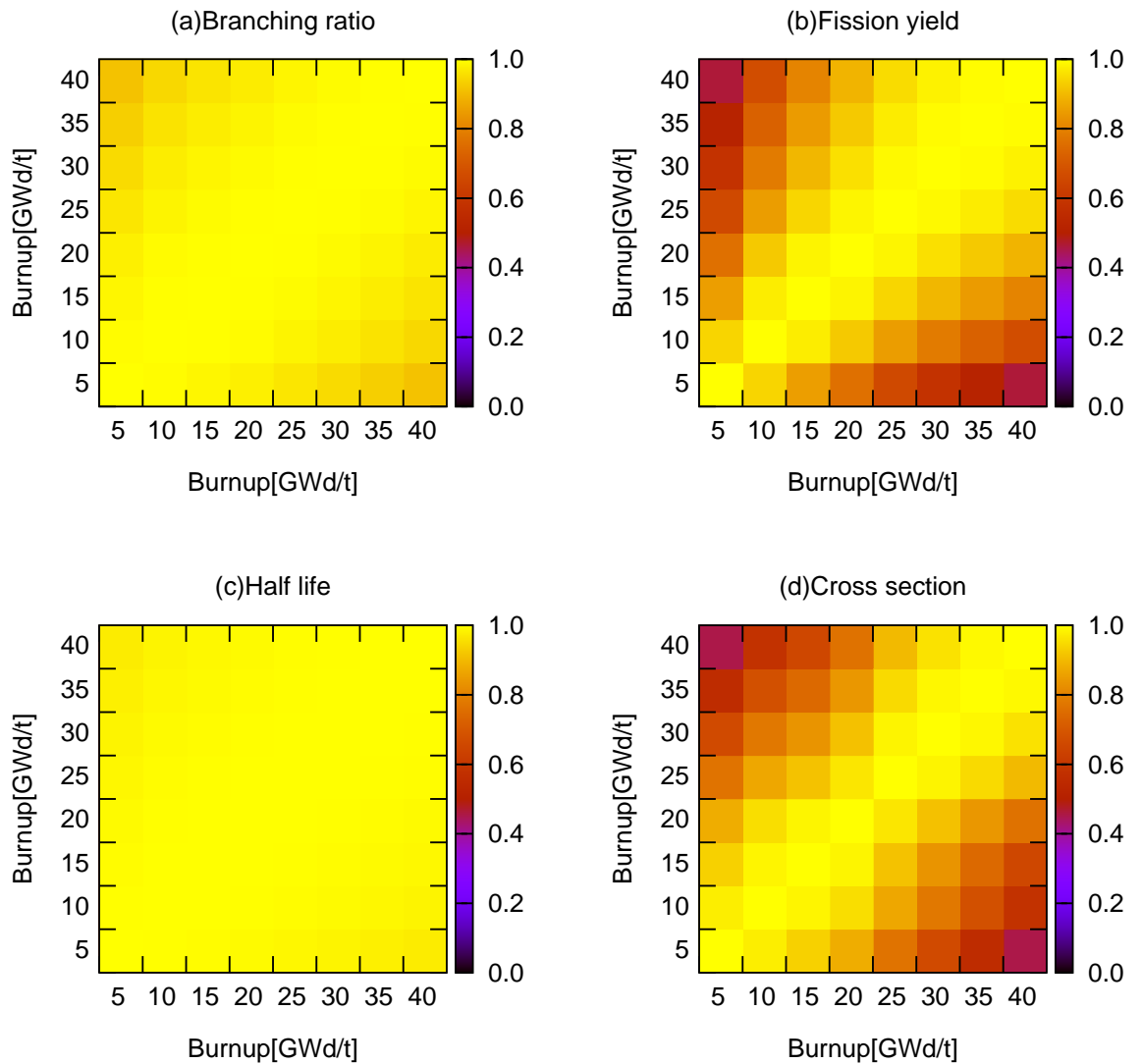


図 6.11: 3×3 セルモデルの各燃焼点における中性子増倍率の相関行列

6.2.2 核分裂生成物の反応断面積の不確かさを仮定しない場合 (冷却有り)

図 6.12 に燃焼後に冷却期間を設けた場合の核データに起因する中性子増倍率の不確かさを示す。ピンセルモデルでは、5GWd/t から 30GWd/t で冷却期間が長いほど不確かさが大きくなった。30GWd/t を越えると冷却による不確かさの増加は小さくなり、以降の燃焼度では冷却により不確かさは減少した。3×3 セルモデルでは、30GWd/t まで冷却期間が長いほど不確かさが大きくなった。以降の燃焼度では、5 年の冷却期間により不確かさが減少し、10 年の冷却期間により不確かさは増加した。冷却による変化を考える上で重要となる核種が Pu-241 と Am-241 である。図 6.13 に Pu-241 及び Am-241 の捕獲断面積による中性子増倍率の不確かさの冷却による変化を示す。Pu-241 は他のアクチノイド核種と比べて捕獲断面積が大きく、中性子増倍率に与える影響が強い。また、Pu-241 は半減期が約 14 年であり、冷却中に崩壊する。冷却によって Pu-241

の捕獲断面積による中性子増倍率の不確かさが小さくなる。Am-241 は強吸収核種であり、中性子増倍率に与える影響が強い。Pu-241 の娘核種であり、冷却中に増加するため、冷却によって Am-241 の捕獲断面積による中性子増倍率の不確かさが大きくなる。図 6.14 に Pu-241 及び Am-241 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度の冷却による変化を示す。Pu-241 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度の大きさは冷却により小さくなり、Am-241 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度の大きさは冷却により大きくなることから分かる。燃焼初期から中期にかけては Am-241 の効果が大きく、燃焼後期では Pu-241 の効果が大きくなったため図 6.12 のような結果となったと考えられる。燃焼度によって、Pu-241 と Am-241 の効果の大きさが変化するのは、燃焼による中性子束エネルギースペクトルの変化によるものであると予想できる。つまり、スペクトルが比較的軟かい燃焼初期は Am-241 の効果が大きく、スペクトルが硬い燃焼後期は Pu-241 の効果が大きいと考えられる。さらに、 3×3 セルモデルで、Pu-241 の効果が表れるのがピンセルモデルと比べると高燃焼度となったのは、ガドリニウムによって U-238 から Pu-239 の転換が阻害され、中性子束エネルギースペクトルの硬化が起きにくかったためであると考えられる。

また、図 6.15 から 6.17 に燃焼後に冷却期間を設けた場合の中性子増倍率の不確かさを起因するデータ毎に示す。崩壊分岐比、核分裂収率として現れる崩壊分岐比に起因する不確かさに関しては、冷却により小さくなった。核分裂収率に起因する不確かさは、冷却による変化は小さかった。

図 6.18、図 6.23 にピンセルモデル、 3×3 セルモデルそれぞれの各燃焼点の冷却後における核データに起因する中性子増倍率の相関行列を示す。冷却をしない場合と比べると、どちらのモデルも全体的に僅かに相関が強い傾向が見られた。図 6.19 から図 6.22、図 6.24 から図 6.27 にピンセルモデル、 3×3 セルモデルそれぞれの相関行列を起因するデータ毎に示す。崩壊分岐比に起因する中性子増倍率の相関行列は、どちらのモデルも全体的に相関が弱くなった。特に 3×3 セルモデルでは大きく変化した。核分裂収率に起因する中性子増倍率の相関行列は、どちらのモデルでも冷却によって全体的に相関が僅かに強くなった。 3×3 セルモデルでは大きな変化は見られなかった。半減期に起因する中性子増倍率の相関行列は、どちらのモデルも全体的に弱まった。

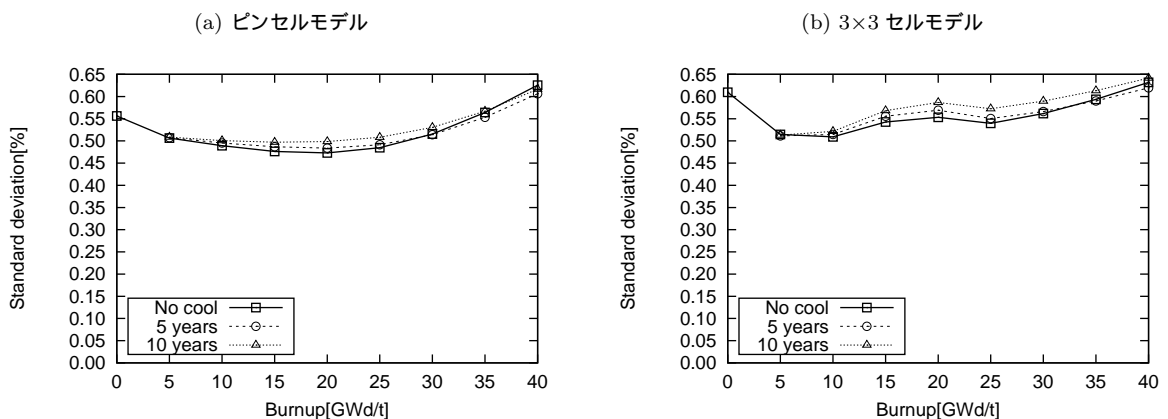


図 6.12: 冷却後の核データによる中性子増倍率の不確かさ

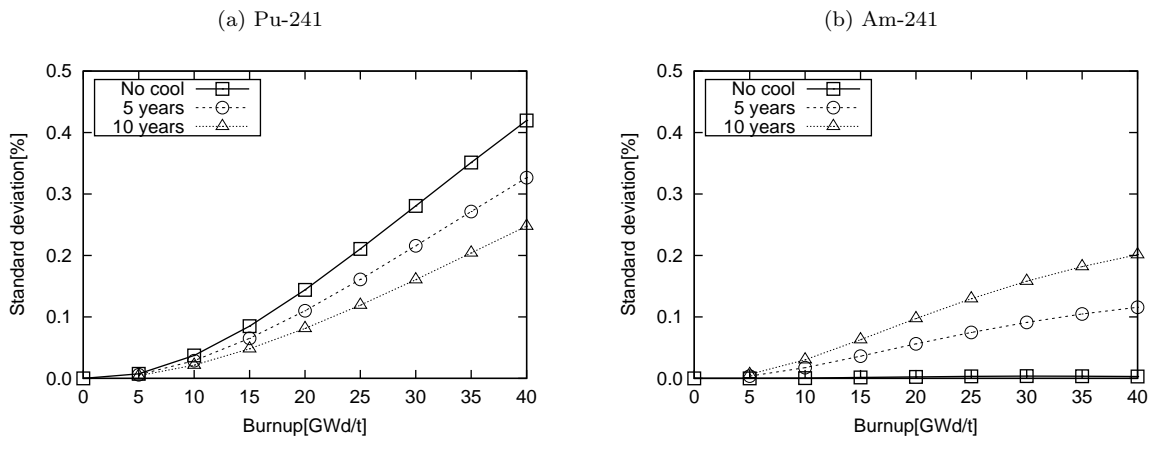


図 6.13: 冷却後の Pu-241 及び Am-241 の捕獲断面積による中性子増倍率の不確かさ

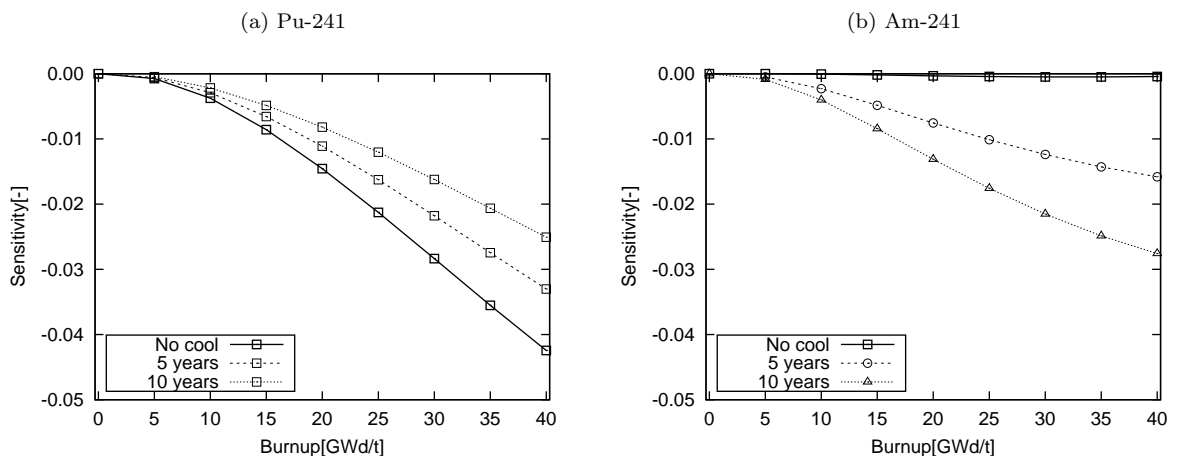


図 6.14: 冷却後の Pu-241 及び Am-241 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数

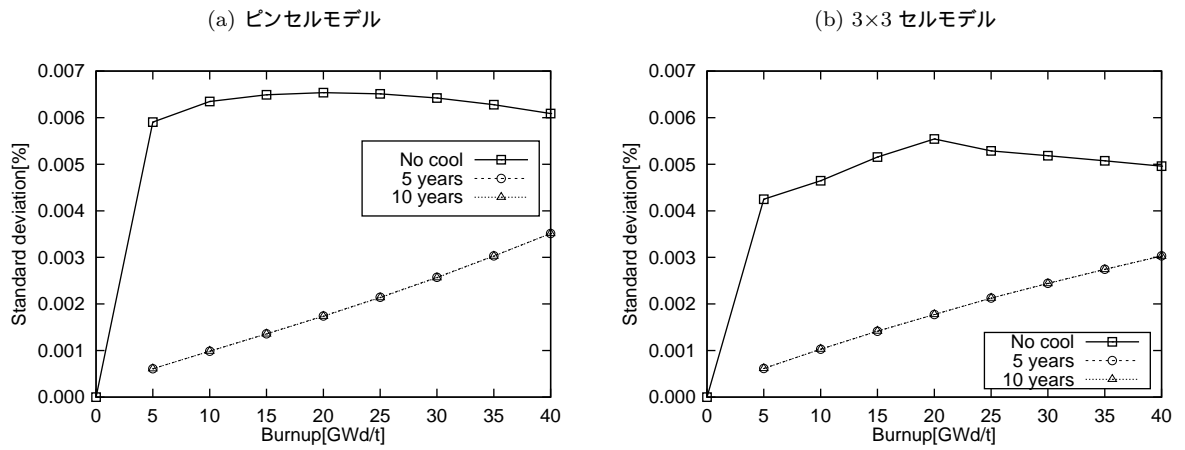


図 6.15: 冷却後の崩壊分岐比データによる中性子増倍率の不確かさ

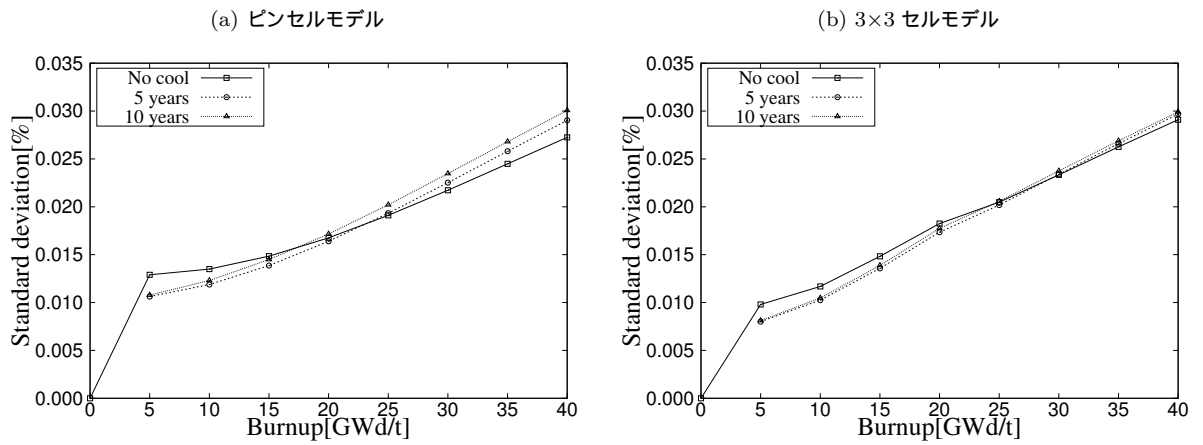


図 6.16: 冷却後の核分裂収率データによる中性子増倍率の不確かさ

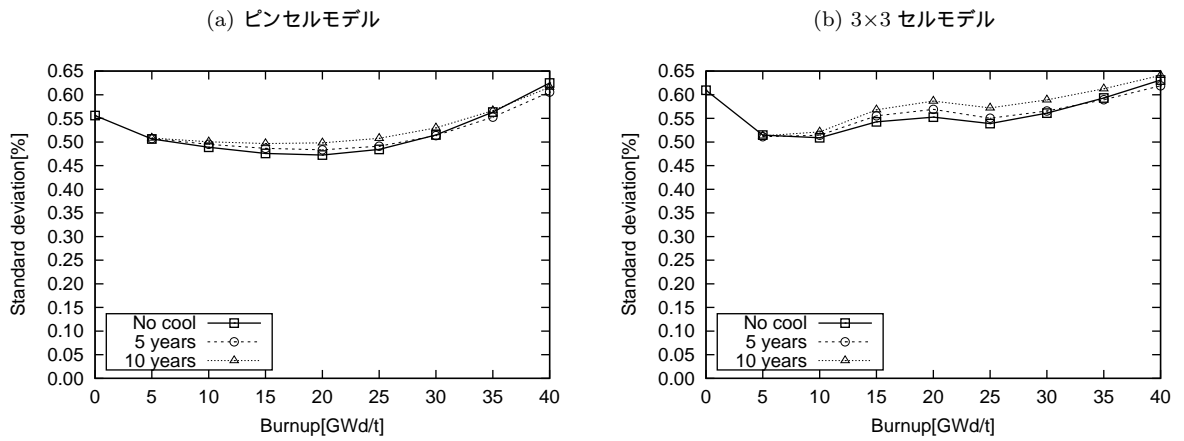


図 6.17: 冷却後の反応断面積データによる中性子増倍率の不確かさ

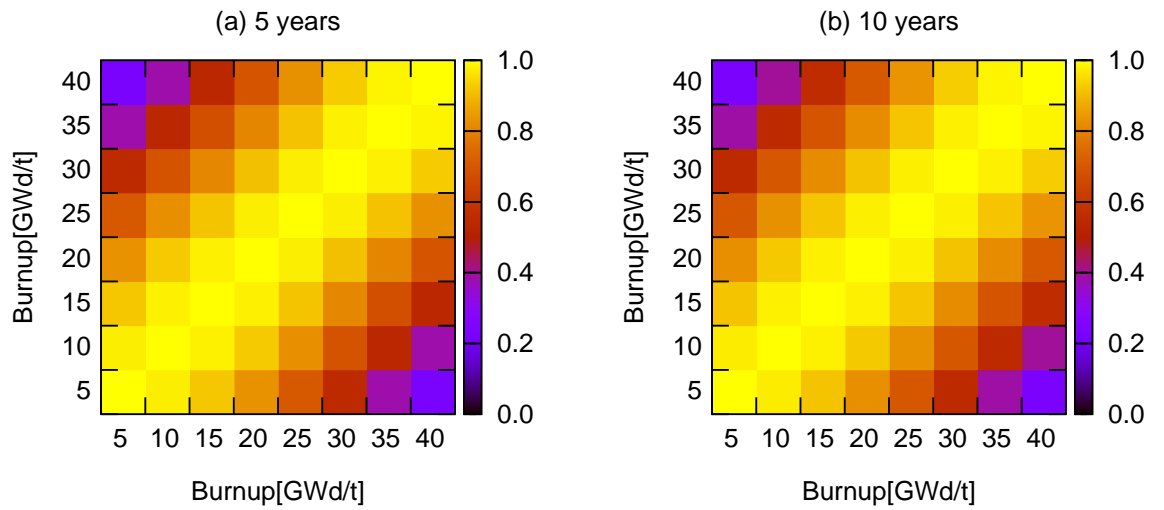


図 6.18: ピンセル体系の各燃焼点の冷却後における核データに起因する中性子増倍率の相関行列

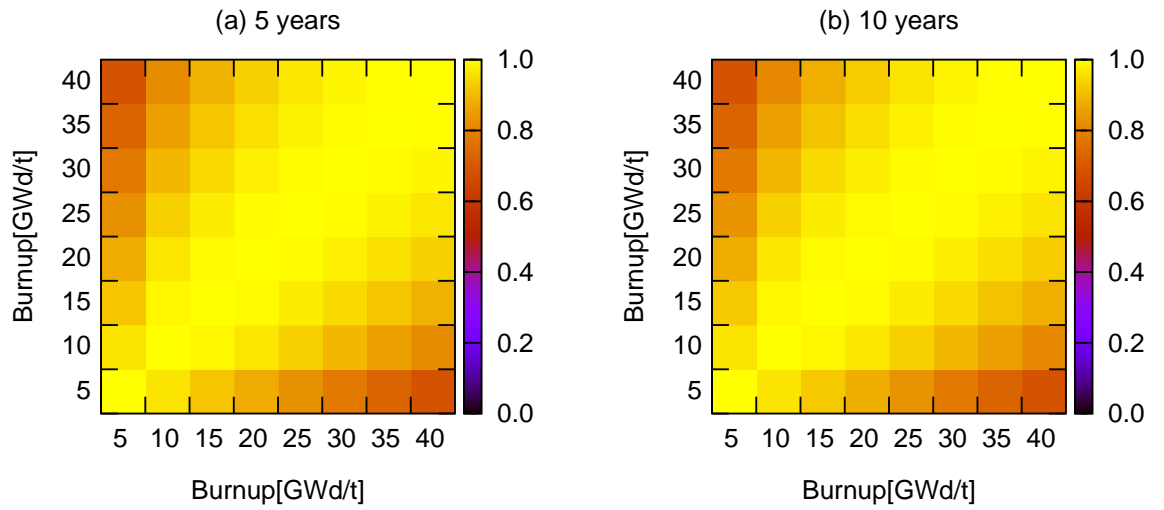


図 6.19: ピンセル体系の各燃焼点の冷却後における崩壊分岐比に起因する中性子増倍率の相関行列

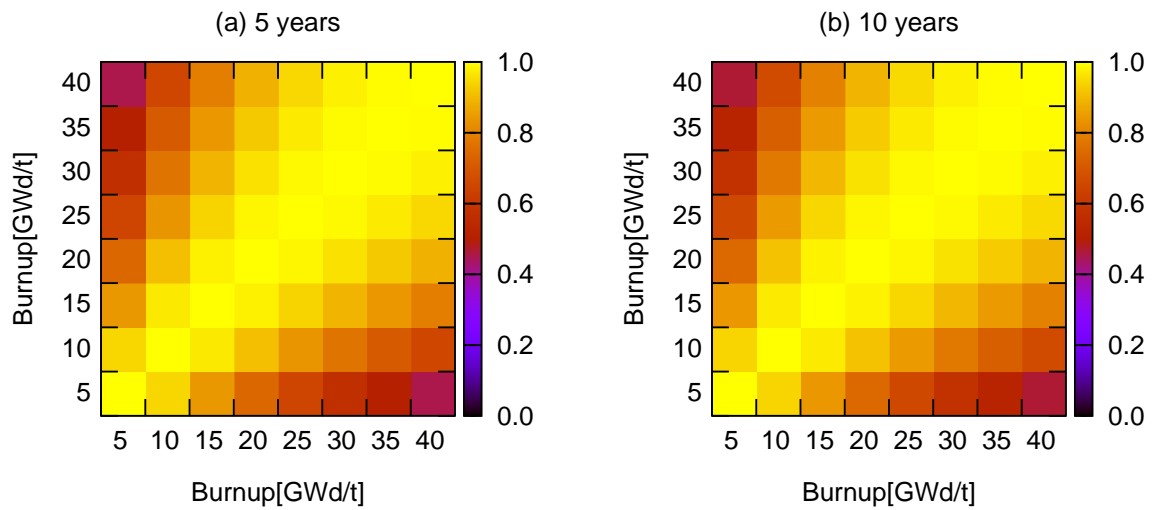


図 6.20: ピンセル体系の各燃焼点の冷却後における核分裂収率に起因する中性子増倍率の相関行列

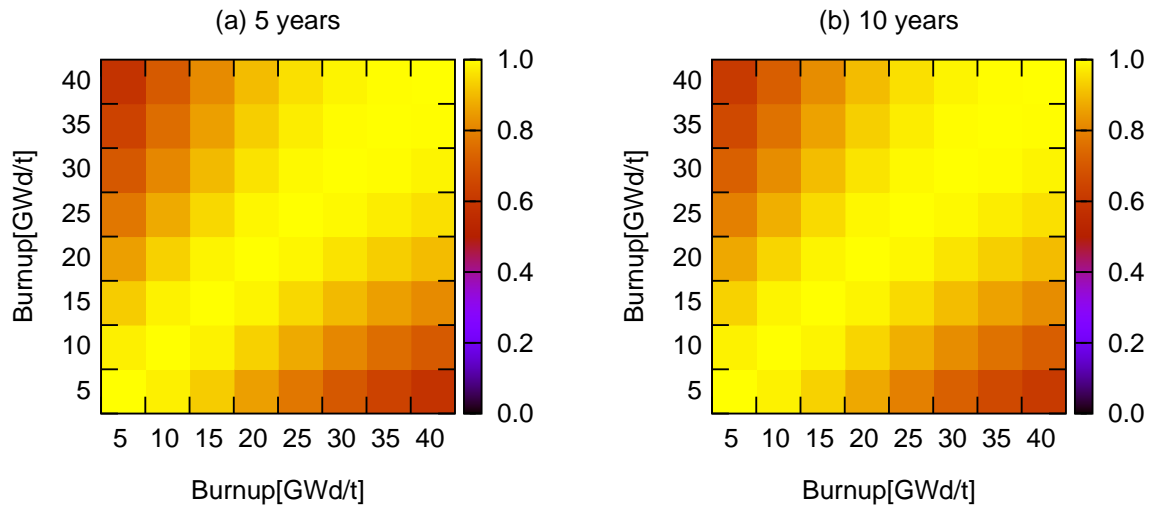


図 6.21: ピンセル体系の各燃焼点の冷却後における半減期に起因する中性子増倍率の相関行列

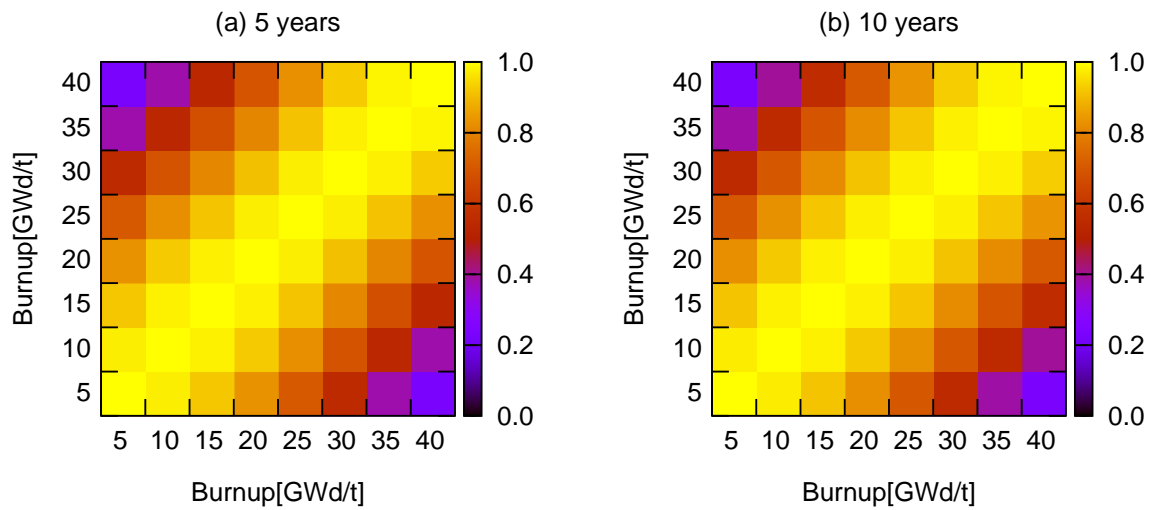


図 6.22: ピンセル体系の各燃焼点の冷却後における反応断面積に起因する中性子増倍率の相関行列

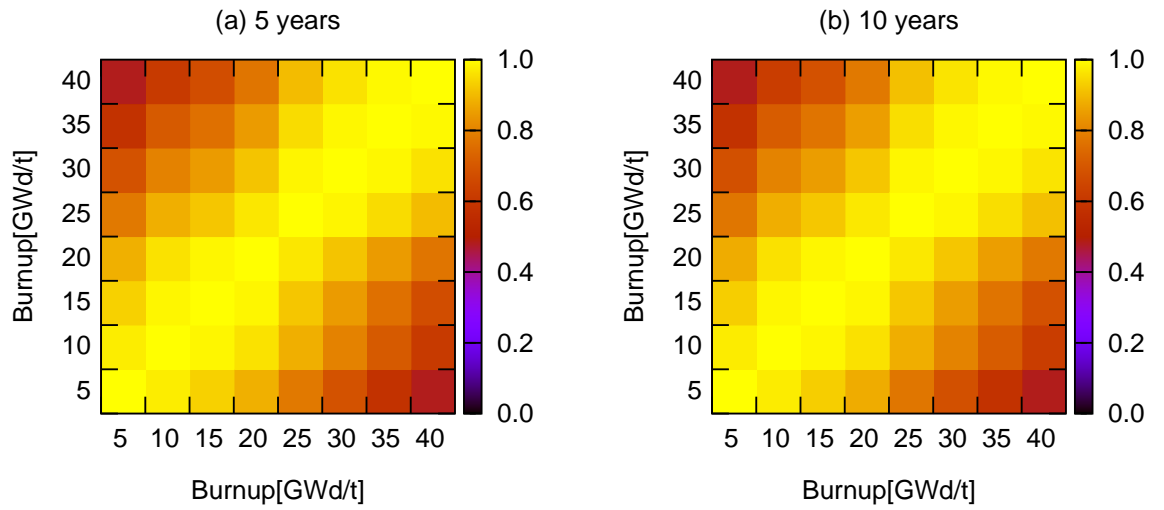


図 6.23: 3×3 セルモデルの各燃焼点の冷却後における核データに起因する中性子増倍率の相関行列

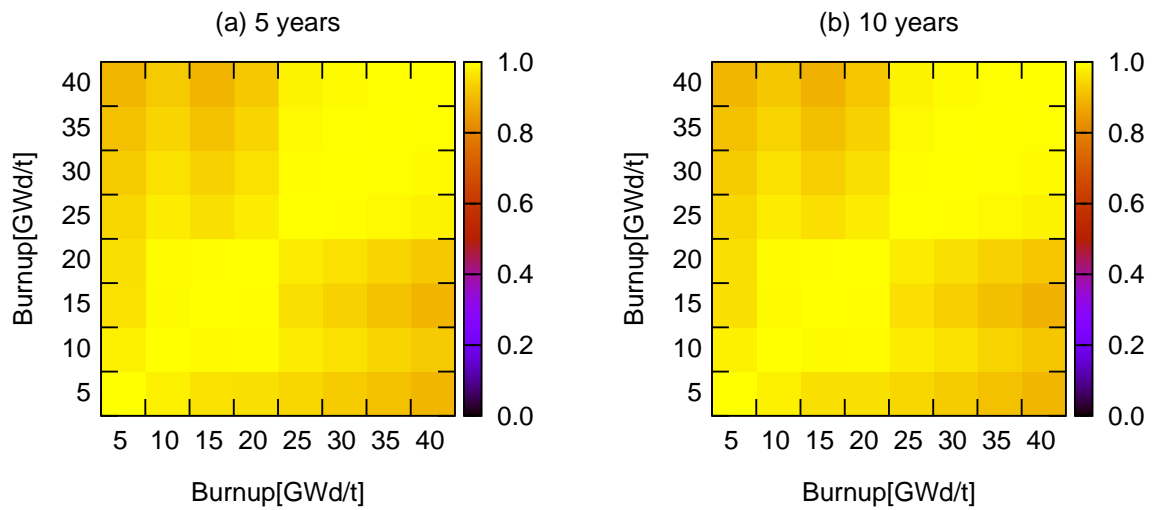


図 6.24: 3×3 セルモデルの各燃焼点の冷却後における崩壊分岐比に起因する中性子増倍率の相関行列

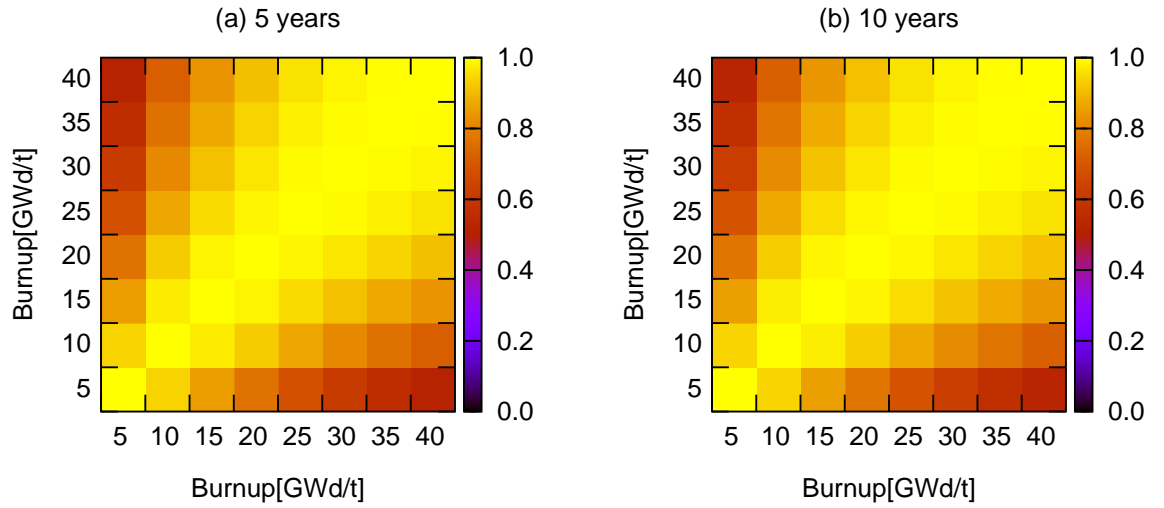


図 6.25: 3×3 セルモデルの各燃焼点の冷却後における核分裂収率に起因する中性子増倍率の相関行列

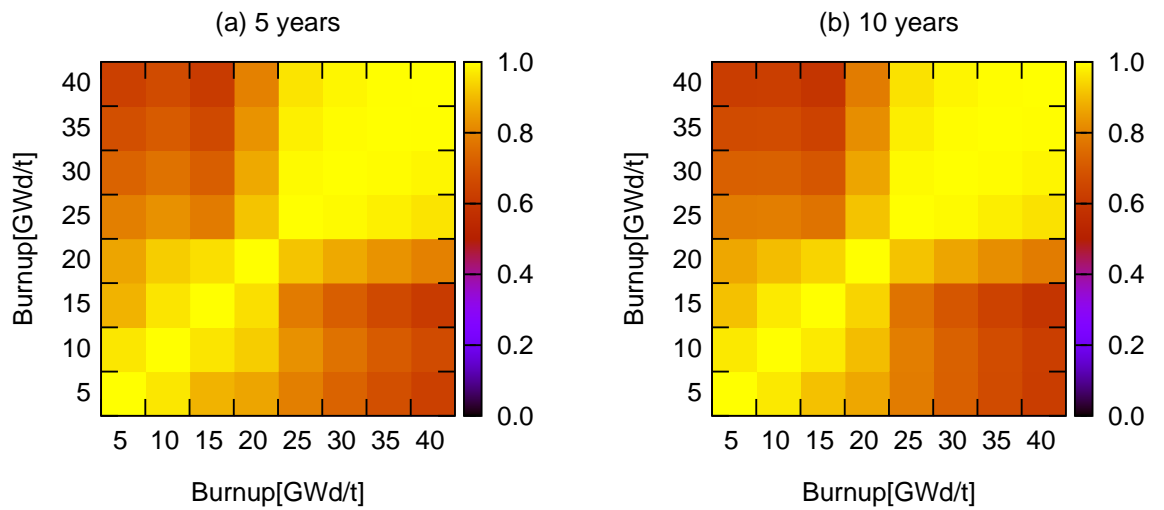


図 6.26: 3×3 セルモデルの各燃焼点の冷却後における半減期に起因する中性子増倍率の相関行列

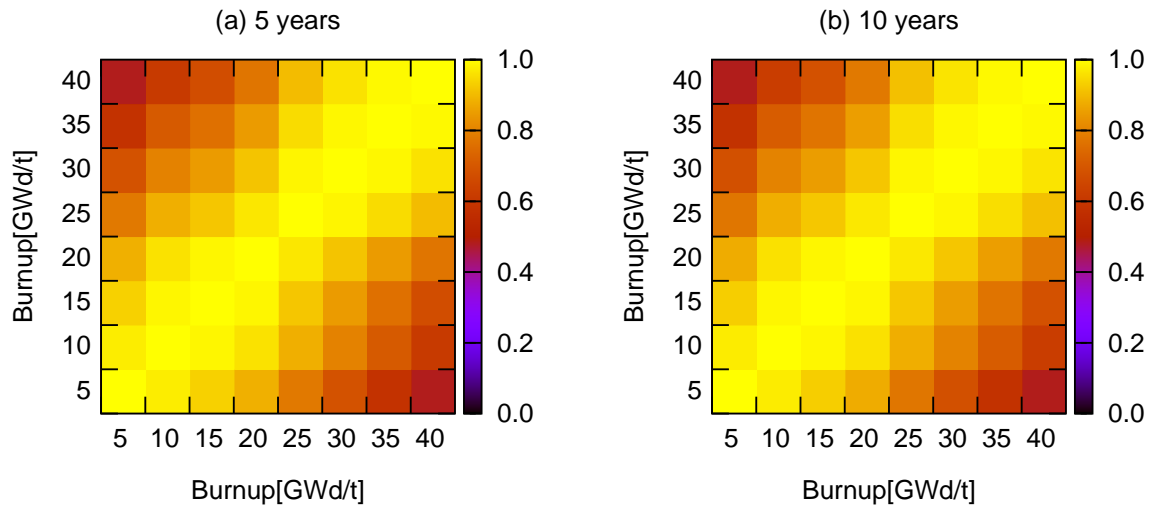


図 6.27: 3×3 セルモデルの各燃焼点の冷却後における反応断面積に起因する中性子増倍率の相関行列

6.2.3 FP 断面積データに不確かさを仮定した場合 (冷却無し)

図 6.28 に核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさを仮定した場合の中性子増倍率の不確かさを示す。ピンセルモデルの場合、核分裂生成物の少ない燃焼初期は、核分裂生成物の断面積の不確かさの効果は弱い。燃焼により核分裂生成物が増加していくにつれて、核分裂生成物の断面積の不確かさの効果が大きくなる傾向が見られた。核分裂生成物の捕獲断面積を仮定したことによる中性子増倍率の不確かさの増加は、25GWd/t で最大となり 10% の仮定で約 5%、30% の仮定で 41% であった。

3×3 セルモデルの場合、初期組成にガドリニウムが含まれるため、燃焼初期の核分裂生成物の断面積の不確かさの効果は強い。ガドリニウムは減少していくが、他の核分裂生成物が生成されるため、核分裂生成物の断面積の不確かさの効果は、10GWd/t 付近で最小となる結果となった。核分裂生成物の捕獲断面積を仮定したことによる中性子増倍率の不確かさの増加は、0GWd/t で最大となり 10% の仮定で約 33%、30% の仮定で約 181% であった。

図 6.29、図 6.30 に Gd-155、Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積に 10%、30% の不確かさを仮定した場合の中性子増倍率の不確かさをそれぞれ示す。ピンセルモデルの場合、全ての核分裂生成物の捕獲断面積に不確かさを仮定した場合と Gd-155、Gd-157 を除いた場合の中性子増倍率の不確かさにほとんど違いは見られなかった。従って、核分裂生成物として生成する Gd-155、Gd-157 の捕獲断面積の不確かさの中性子増倍率への影響は小さいといえる。

3×3 セルモデルでは、Gd-155、Gd-157 以外の核分裂生成物の捕獲断面積を仮定することによる中性子増倍率の不確かさの増加は、全ての核分裂生成物の捕獲断面積を仮定した場合と比べると少なかった。特に小さい燃焼度では、相違が顕著であった。核分裂生成物の捕獲断面積を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさの増加の多くが Gd-155、Gd-157 によるものであったためである。全ての核分裂生成物の捕獲断面積を仮定した場合との差異が 10GWd/t で一度小さくなり、15GWd/t、20GWd/t で大きくなっていることは、10GWd/t で一度 Gd-155、Gd-157 による影響が小さくなり 15GWd/t、20GWd/t で再び大きくなったことを表してい

る。図 6.31 に 3×3 セルモデルにおける Gd-155 及び Gd-157 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数を示す。Gd-155 及び Gd-157 の捕獲断面積に対する感度は、中性子捕獲により中性子増倍率を変化させる直接的感度と、毒物が他核種に変わることで中性子増倍率を変化させる間接的感度が打ち消し合う。これらの核種の燃焼による数密度の変化により、Gd-155 及び Gd-157 の捕獲断面積に対する直接的感度の大きさが減少、間接的感度の大きさが増加することで、図 6.31 のような感度となる。その結果、Gd-155、Gd-157 の捕獲断面積の不確かさが中性子増倍率へ与える影響が 10GWd/t で一度小さくなり、15GWd/t、20GWd/t で再び大きくなったと考えられる。25GWd/t 以降は、ピンセルモデルの場合と同様の結果となった。

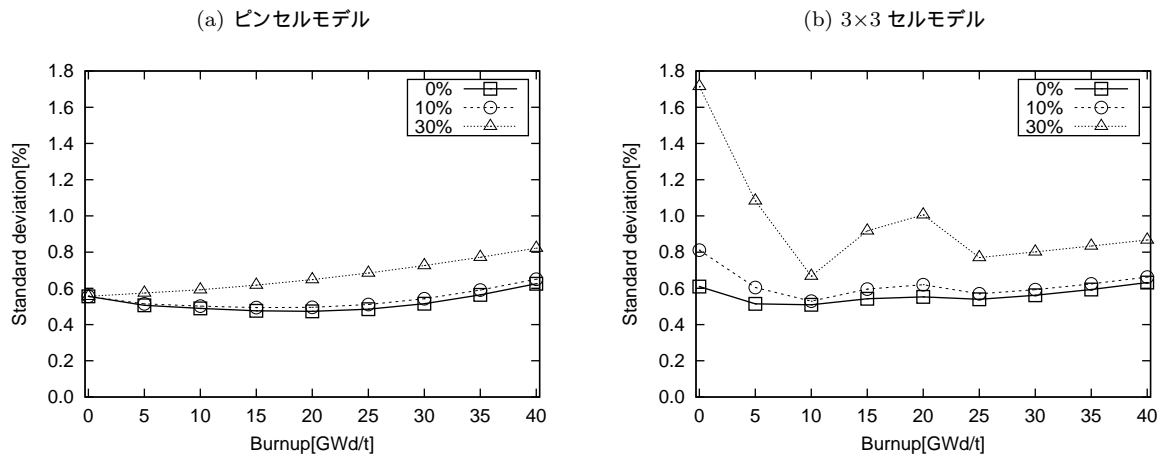


図 6.28: 核分裂生成物の捕獲断面積を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

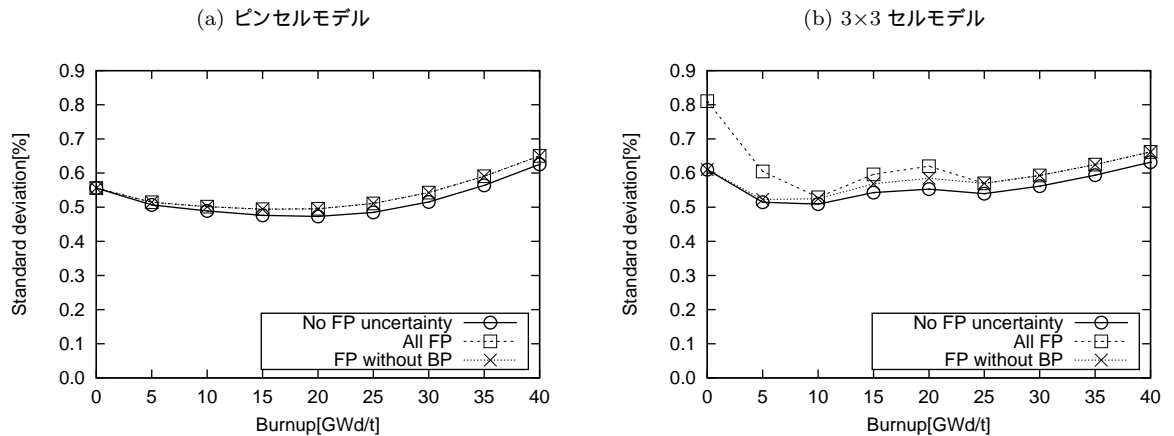


図 6.29: Gd-155, Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (10%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

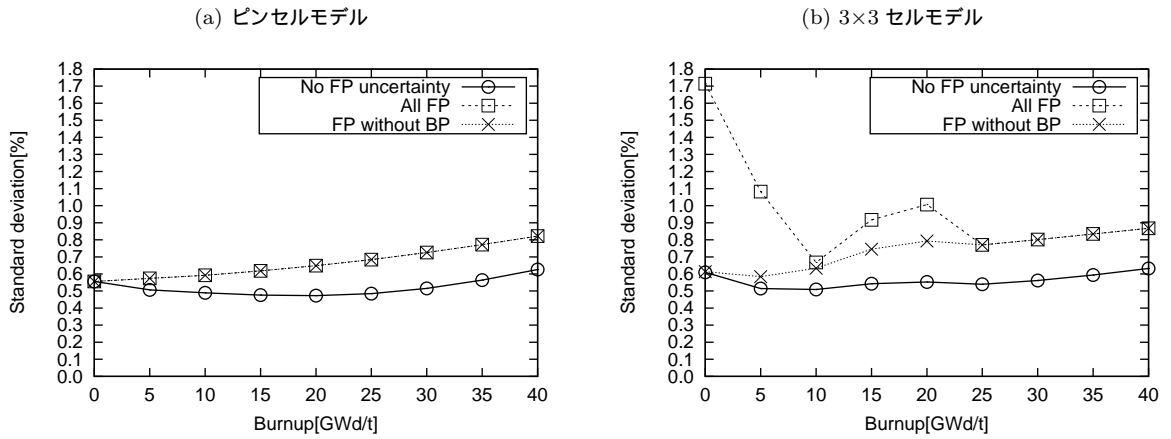


図 6.30: Gd-155, Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (30%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

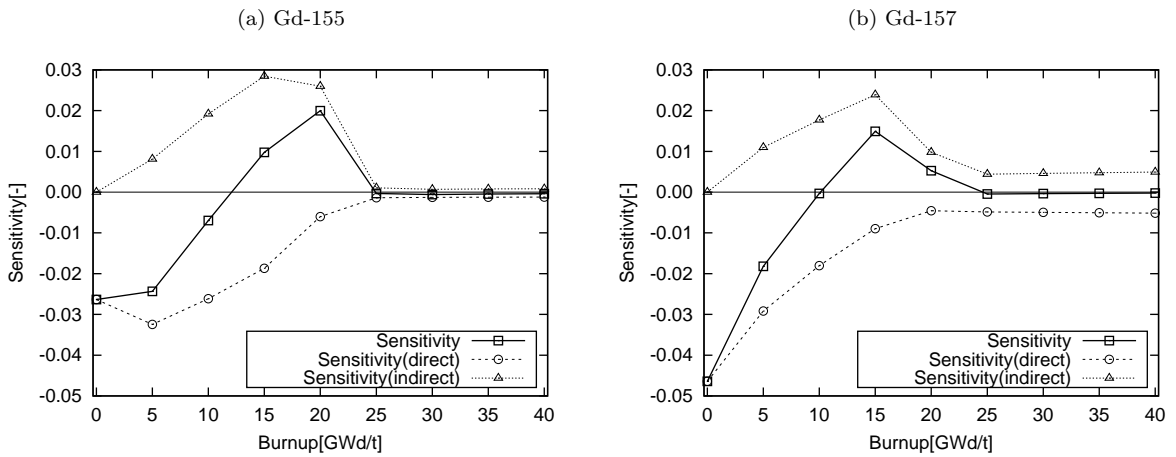


図 6.31: 3x3 セルモデルにおける Gd-155 及び Gd-157 の捕獲断面積に対する中性子増倍率の感度係数

6.2.4 FP 断面積データに不確かさを仮定した場合 (冷却有り)

図 6.32、図 6.33 に 10%、30% の核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさを仮定し、燃焼後に冷却期間を設けた場合の中性子増倍率の不確かさをそれぞれ示す。ピンセルモデルの場合、5GWd/t から 15GWd/t で、冷却によって不確かさが小さくなった。これは、Xe-135 の断面積の不確かさが冷却により小さくなることの原因である。Xe-135 は強吸収核種であり、中性子増倍率への影響が大きいが、短半減期核種でもあるため、冷却後はほとんど無くなってしまふ。そのため、冷却後の中性子増倍率の不確かさが小さくなった。5 年の期間でほとんど無くなってしまふため、冷却期間が 5 年の場合と 10 年の場合の不確かさがほとんど変わらないのもそのためである。以降の燃焼度において、FP 断面積に不確かさを仮定しない場合は、冷却期間が長いと燃焼後期に不確かさの減少が見られた。対して FP の捕獲断面積の不確かさを仮定した場合は、燃焼後期で冷却によって不確かさが大きくなる傾向があった。これは、冷却期間に増加する Gd-155 の生成が原因である。

Gd-155 は親核種の Eu-155 と比べ半減期が長いため、冷却に伴い増加する。従って、冷却によって不確かさが増加する原因となった。図 6.34 に冷却による Gd-155 の核種数密度変化を示す。FP の断面積の不確かさを仮定しなければ見えない傾向を見ることができた。3×3 セルモデルの場合で、燃焼初期でピンセルモデルと同様の冷却による不確かさの減少が見られないのは、ガドリニウムの捕獲断面積に起因する不確かさが大きく、潰されているのが原因である。燃焼後期の冷却による不確かさの増加の原因はピンセルモデルの場合と同様である。

図 6.35、図 6.36 に Gd-155、Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積に 10%、30% の不確かさを仮定した場合の中性子増倍率の不確かさをそれぞれ示す。ピンセル、3×3 セルの何れモデルにおいても、冷却による中性子増倍率の不確かさの変化は、Gd-155 及び Gd-157 の捕獲断面積の不確かさを仮定した場合と同じ傾向であった。燃焼初期の Xe-135 の効果は同様に表れるので妥当である。燃焼後期に関しては、ベータ崩壊によって Gd-155 となる Eu-155 の不確かさに起因する間接的に中性子増倍率の不確かさが生じていると考えられる。

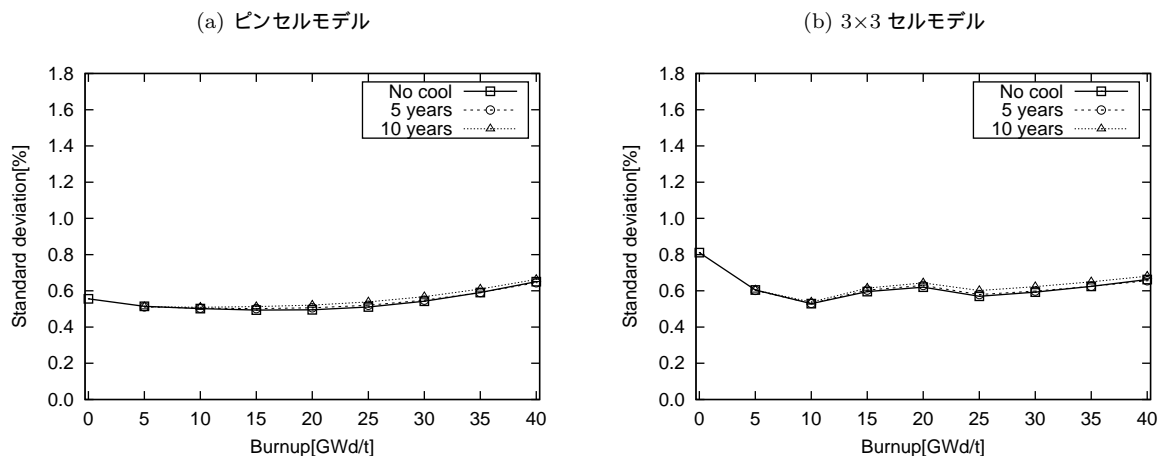


図 6.32: 核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (10%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

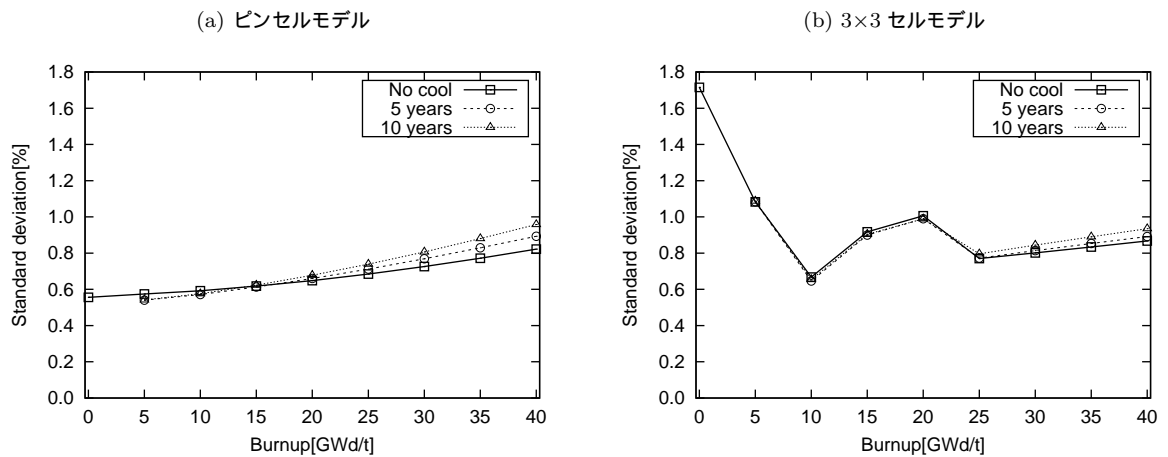


図 6.33: 核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (30%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

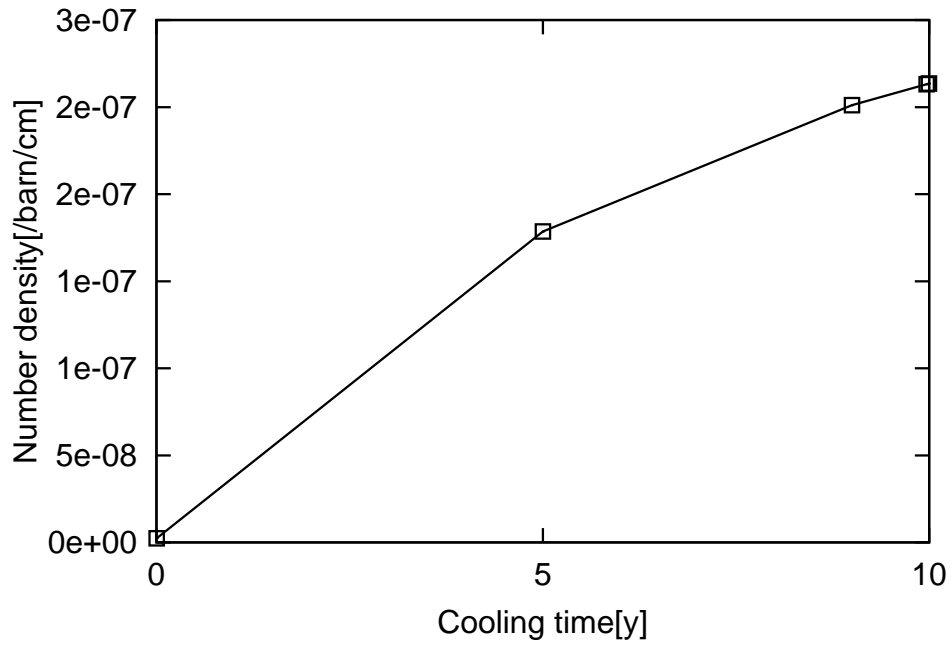


図 6.34: 冷却による Gd-155 の核種数密度変化

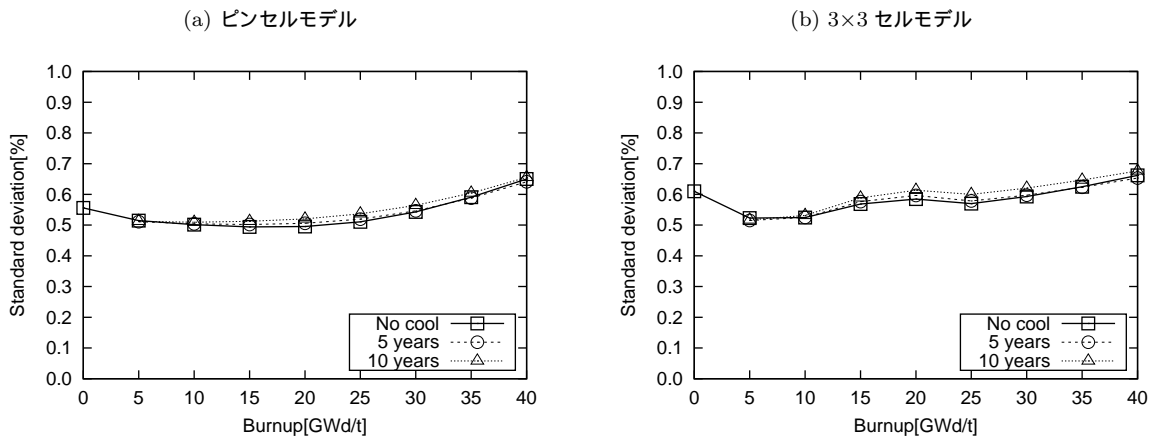


図 6.35: 冷却後における Gd-155, Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (10%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

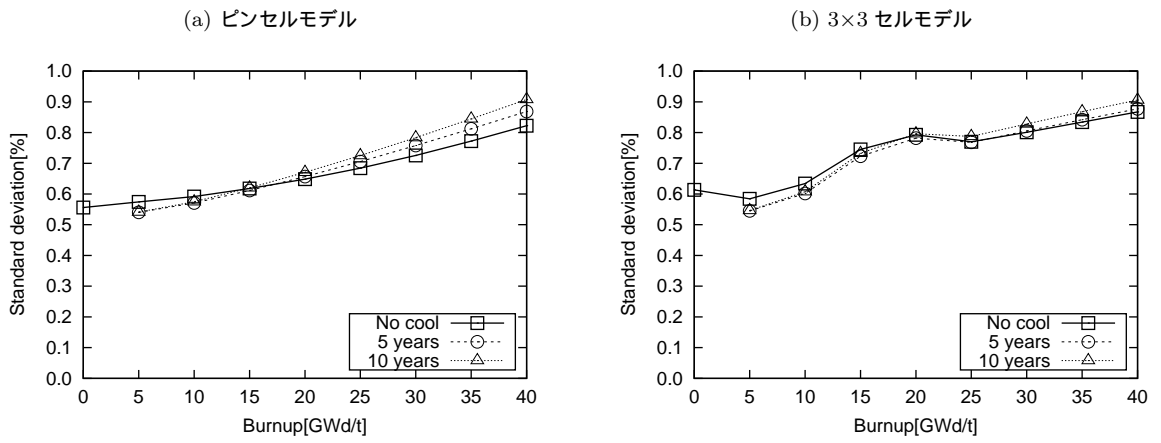


図 6.36: 冷却後における Gd-155, Gd-157 を除く核分裂生成物の捕獲断面積の不確かさ (30%) を仮定した場合の中性子増倍率の不確かさ

7 結論

2章では、可燃性毒物を含む体系における燃焼計算で問題となる燃焼時間ステップの離散化誤差の低減手法を検討した。広く用いられている PC 法を基に、WPC 法、OWPC 法を考案し、性能を確認した。WPC 法に関しては、精度の向上は実現できるものの重みの最適値が燃焼ステップ幅に依存してしまう問題が発生した。そこで改良した OWPC 法では、ユーザーが指定するパラメータの計算精度への依存性を小さくすることができた。

3章では、CBZ による燃焼計算の妥当性の検証を行った。連続エネルギーモンテカルロコードである MVP-BURN による計算で得た参照解との差異を調べた。ピンセル、 3×3 セル、集合体の何れのモデルも大きな差異は見られず、妥当性を確かめることができた。集合体モデルにおいては、ピンセルモデルで行っている共鳴計算を集合体モデルで行うことで、差異は小さくなると考えられる。

5章では、不確かさ計算への簡易化燃焼チェーンの適用について述べた。任意の燃焼チェーンでの不確かさ計算を行うための共分散行列の作成法を示した。さらに、簡易化燃焼チェーンで、詳細燃焼チェーンと同程度の不確かさ計算の結果が得られることを確認した。簡易化燃焼チェーンを使うことによって、燃焼感度を用いる不確かさ計算における計算コストを低減させられた。

6章では、核データに起因する中性子増倍率の不確かさ計算の結果を示した。ピンセルモデルと 3×3 セルモデルで、核分裂生成物の断面積に不確かさを仮定しない場合と仮定する場合において、それぞれ冷却しない体系と燃焼後冷却する体系での不確かさを定量化した。対象モデルの組成、燃焼度、核分裂生成物の断面積の不確かさの有無、燃焼後の冷却期間の有無によって、中性子増倍率の不確かさに起因する核データが変化することが分かった。今回使用した燃焼感度を用いる不確かさの定量化手法は、直接的感度と間接的感度それぞれを観察できるため、物理的考察に極めて有用であった。

参考文献

- [1] Yamamoto Akio *et al*, "Projected Predictor-Corrector Method for Lattice Physics Burnup Calculations," Nuclear Science Engineering 163, p.144(2009).
- [2] Go Chiba *et al*, "Important fission product nuclides identification method for simplified burnup chain construction," Nuclear Science and Technology 52, p.953(2015).
- [3] 川本洋右、「軽水炉における崩壊熱・核種生成量の評価精度に関する研究」, 北海道大学修士論文、(2014)
- [4] J.Katakura, "A Systematics of Fission Product Mass Yields with 5 Gaussian Functions," JAERI-Research 2003-004(2003).
- [5] 燃料サイクル安全研究委員会、「燃焼度クレジット導入ガイド原案」, JAERI-Tech 2001-055(2001).
- [6] Shuichiro Miwa *et al*, "Research activities on nuclear reactor physics and thermal-hydraulics in Japan after Fukushima-Daiichi accident," Nuclear Science and Technology 54, p.22(2017).
- [7] 山本章夫、「燃焼の基礎理論」, 第 38 回炉物理夏期セミナーテキスト、(2006).
- [8] Stamm'ler RJJ *et al*, "Method of steady-state Reactor Physics in Nuclear Design," Academic Press, London(1983).
- [9] Go Chiba *et al*, "Development of fuel depletion sensitivity calculation module for multi-cell problem in deterministic reactor physics code system CBZ," Annals of Nuclear Energy 96, p.313(2016).
- [10] Go Chiba *et al*, "Advanced Bondarenko method for resonance self-shielding calculations in deterministic reactor physics code system CBZ," Annals of Nuclear Energy 96, p.277(2016).

謝辞

本研究に際して、奈良林直教授、千葉豪准教授、山本泰功助教から様々なご指導を頂きました。特に、千葉豪准教授は担当教官として、書ききれない程多くの研究指導を丁寧にしていただきました。厚く感謝申し上げます。また、研究室の技術補佐員の平井計浩氏、事務補佐員の勝山晶子氏、OB、学生の皆様には日頃から大変お世話になりました。ここに感謝の意を表します。