

核データの検証における  
有効部分空間を用いた積分データの有効性の定量化

原子炉工学研究室

今里 大智

北海道大学大学院 工学院

エネルギー環境システム専攻



## 目次

第1章 序論	
1.1 背景.....	2
1.2 研究目的.....	3
第2章 計算理論	
2.1 感度係数の導入.....	4
2.2 核データ空間と積分データ空間の導入.....	5
2.3 特異値分解.....	5
2.4 積分データ群の独立性の定量化.....	7
2.5 ASS を利用した核データの評価の流れ.....	7
2.6 独立性の高いデータセットの抽出.....	9
第3章 Compensation effect の一解釈.....	10
第4章 積分データの作成と有効性の計算結果	
4.1 感度係数行列の作成.....	13
4.2 積分データ群の独立性の定量化手法の適用.....	15
4.3 ASS による個々の核データの検証可能性の定量化.....	17
4.4 独立性の高いデータセットの抽出.....	17
4.5 エネルギー群構造による影響.....	18
4.5.1 積分データ群の独立性.....	19
4.5.2 個々の核データの検証可能性.....	21
4.5.3 独立性の高いデータセットの抽出.....	22
第5章 実際の積分データへの適用	
5.1 対象とする積分データと核データ.....	23
5.2 感度係数の規格化.....	24
5.3 積分データ群の独立性の定量化.....	25
5.4 ASS による個々の核データの検証可能性の定量化.....	27
5.5 独立性の高いデータセットの抽出.....	28
第6章 結論.....	31
参考文献.....	32
謝辞.....	32

## 第1章 序論

### 1.1 背景

原子炉設計の際には核特性パラメータを予め計算する必要がある。例えば、核特性パラメータの一つである中性子実効増倍率( $k_{eff}$ )は1世代後の中性子の数が何倍になるのかを表しており、原子炉設計ではこの値が原子炉の運転期間、ある範囲に収まるように燃料の濃縮度などを調整する。 $k_{eff}$ などの核特性パラメータの計算には、中性子と原子核との反応確率などである核データが入力として必要である。その核データに関わる測定データは微分データと積分データに分類される。微分データは核データの値そのものに対する測定データ、積分データは複数の核データに依存して決まるパラメータに対する測定データである。したがって、精度の良い積分データの解析には正確な核データが必要であり、積分データの計算には膨大な数の核データが整備された評価済み核データライブラリを使用する。

現在、各国の様々な評価済み核データライブラリが更新されている。例として米国では ENDF/B、日本では JENDL、欧州では JEFF というライブラリが改良・更新されている。更新の際には核データの評価は核模型計算の結果や測定で得られたデータに基づいてもっとも確からしい値を推定し、推定した核データを反映したライブラリの性能を積分データの計算結果を用いて検証する。この推定作業において国ごとに核模型計算コードや重要視する測定データが異なるので、各ライブラリで核データの評価が異なる。その例として、**図1**、**図2**に上記で挙げた3種類の比較的新しいライブラリの U-235 と Pu-239 の非弾性散乱断面積を示す。

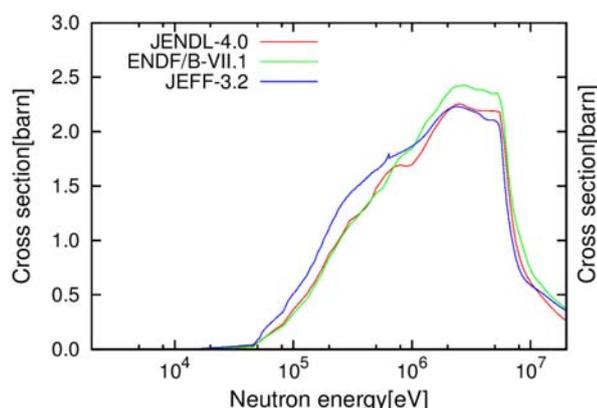


図1：U-235 の非弾性散乱断面積

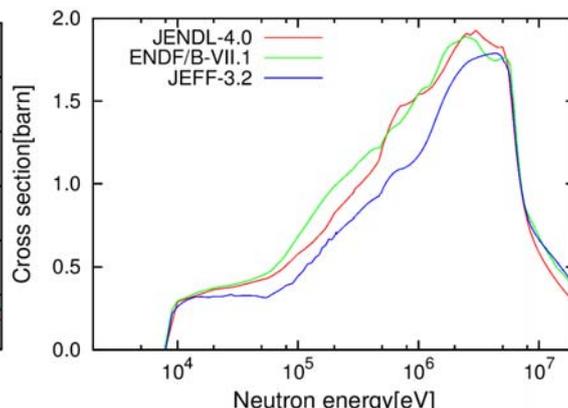


図2：Pu-239 の非弾性散乱断面積

これらの図より、ライブラリによって核データの評価に大きな差異があることが確認できる。一方、各ライブラリの核データの評価が異なるにも関わらず、特定の原子炉の解析では各ライブラリを使用した解析値はいずれも実験値を精度良く再現している。異なるライブラリを使用して積分データを計算する場合、複数の核種・反応の評価の差異が積分データの計算値に与える影響は総合すると打ち消し合う効果を持つことがある[1]。この打ち消し合いのことを **Compensation effect** と呼び、これによって核データの評価が異なるにも関わらず積分データの計算値が実験値に近い値となる。**Compensation effect** については第3章で説明する。

ライブラリの性能の検証の際に様々な体系の積分データを計算するが、独立性の高い積分データセットが得られれば個々の核データを検証できる可能性が高い。実際に積分データを用いて個々の核データを検証する動きもある。そのような核データ検証を効率的に行うために、あらかじめ積分データ群の独立性を把握することは重要である。そして、使用する積分データセットでどの核データをどの程度検証可能であるか定量化することも効率的な核データ検証には必要である。また現在、膨大な数の積分デー

タが蓄積されているため全ての積分データを核データ検証に使用することは現実的ではない。積分データ群から有効な積分データセットを抽出する手法の開発も効率的な核データ検証には必要である。

## 1.2 研究目的

1.1 節で述べたように、積分データを用いて個々の核データの検証をする動きもあるが、検証に用いる積分データは膨大な数が蓄積されており全てを用いることは現実的でない。効率的に核データの検証を行うために 1.1 節で挙げた問題点に関する手法の開発を行うことが重要である。したがって、本研究では以下の 3 点に関する手法を提示する。

1. 積分データ群の独立性の定量化
2. ある積分データ群を用いた場合の個々の核データの検証可能性の定量化
3. 独立性の高い積分データセットの抽出

本研究では積分データの独立性を、積分データの核データに対する感度係数の類似性をもって評価する。感度係数とは、例えば入力、出力関係にある 2 つのデータを考えた時に、入力データを変動させると出力データがどの程度変動するかを表す指標である。

なお、上記の手法の有効性を検証するために、始めに仮想的な体系に対して限定された積分データと核データのみで考え、その後、実際の体系の複数の積分データ、複数の核データに対して上記 3 つの手法を適用する。

## 第2章 計算理論

### 2.1 感度係数の導入

積分データの計算には核データが入力として使用される。従って核データが変動すると積分データも変動する。その変動する指標として感度係数 $S$ というパラメータを導入する。例として積分データに $k_{eff}$ 、核データに $\sigma$ を用いて感度係数を説明する。式(1)は $k_{eff}$ の $\sigma$ に対する感度係数 $S$ を示している。

$$S = \frac{\partial k_{eff}/k_{eff}}{\partial \sigma/\sigma} \quad (1)$$

感度係数の物理的意味を考えるために式(1)を式(2)に書き直す。

$$S \approx \frac{\Delta k_{eff}/k_{eff}}{\Delta \sigma/\sigma} \quad (2)$$

$\Delta k_{eff}$ は核データ $\sigma$ が $\Delta \sigma$ だけ変動したときの $k_{eff}$ の変動量である。例えば、 $S = 0.5$ ならば、ある核データ $\sigma$ が100%変動した時に $k_{eff}$ は50%変動することを意味している。

ここで2つのライブラリを考える。ある核データ $\sigma$ についてのそれぞれのライブラリの評価値を $\sigma^A, \sigma^B$ とし、それらの核データを使用して得られる $k_{eff}$ の値を $k_{eff}^A, k_{eff}^B$ とする。ここで $k_{eff}^A, k_{eff}^B$ の差 $\Delta k_{eff}$ は以下の式で表すことができる。

$$\Delta k_{eff} = k_{eff}^A - k_{eff}^B = \left( \frac{\partial k_{eff}}{\partial \sigma} \right) (\sigma^A - \sigma^B) \quad (3)$$

また、 $k_{eff}$ の相対変動 $\frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}}$ は感度係数を用いると以下のように書くことができる。

$$\frac{\Delta k_{eff}}{k_{eff}} = \frac{k_{eff}^A - k_{eff}^B}{k_{eff}^B} = \left( \frac{\partial k_{eff}^B}{\partial \sigma^B} \cdot \frac{\sigma^B}{k_{eff}^B} \right) \frac{\Delta \sigma}{\sigma^B} = S^B \cdot \frac{\sigma^A - \sigma^B}{\sigma^B} \quad (4)$$

つまり、核データ $\sigma$ が変動したことによる $k_{eff}$ の相対変動は、 $\sigma$ の相対変動と感度係数の積により得られることが分かる。

核データは核種 $n$ 、反応 $x$ 、エネルギー群 $g$ に依存するので $\sigma_{n,x,g}$ と表記し、 $k_{eff}$ に対する $\sigma_{n,x,g}$ の感度係数を $S_{n,x,g}$ とすると、以下のように書くことができる。

$$\frac{k_{eff}^A - k_{eff}^B}{k_{eff}^B} = \sum_n \sum_x \sum_g S_{n,x,g}^B \frac{\sigma_{n,x,g}^A - \sigma_{n,x,g}^B}{\sigma_{n,x,g}^B} = \sum_n \sum_x \sum_g (\Delta k_{eff}/k_{eff})_{n,x,g} \quad (5)$$

$(\Delta k_{eff}/k_{eff})_{n,x,g}$ は核種 $n$ 、反応 $x$ 、エネルギー群 $g$ の核データの差異が $k_{eff}$ に与える影響を示している。これにより、 $k_{eff}^A$ と $k_{eff}^B$ の違いが $\sigma_{n,x,g}$ のどの違いに起因しているのか定量的に評価することができる。

## 2.2 核データ空間と積分データ空間の導入

評価済み核データファイルにまとめられた個々の核データはそれぞれ評価値を持つ。我々はこれらの核データをベクトルと見なし、それらによって構成される空間を核データ空間と呼ぶ。そして、2.1節で説明した感度係数によって構成される空間を積分データ空間と呼ぶ。感度係数はある積分データの個々の核データに対する感度がパラメータであるため、積分データ空間は核データ空間の部分空間となる。次の図3は核データ空間内に部分空間を構成する積分データ空間の概念図である。

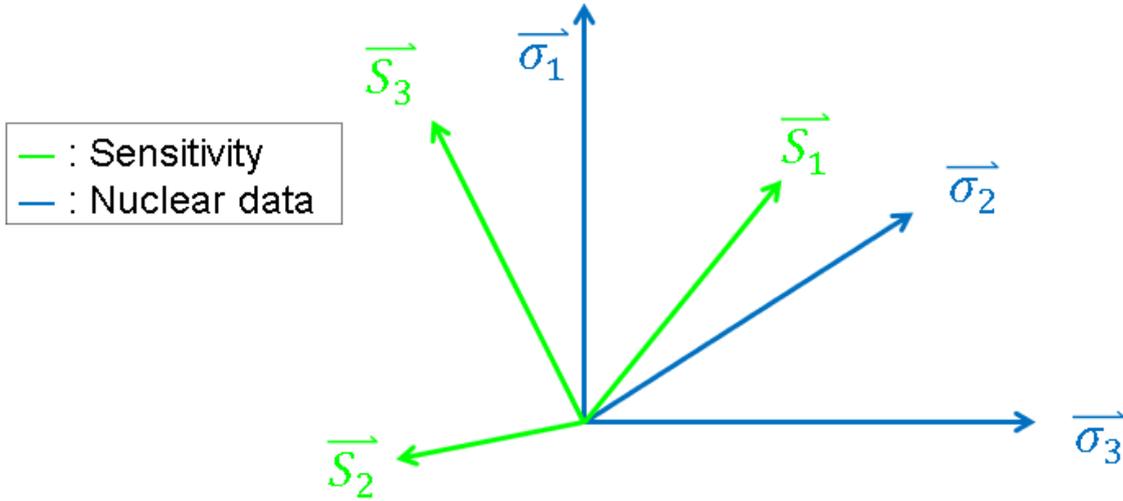


図3：核データ空間と積分データ空間の概念図

## 2.3 特異値分解

感度係数は積分データの個々の核データに対する感度であるのでベクトルとして記述することができる。感度係数ベクトルから構成される積分データ空間を扱う際は、空間の基底成分を考えると便利である。我々は積分データ空間の基底成分を得るために感度係数ベクトル群で構成される行列に対して特異値分解を行う。特異値分解について以下で説明する。

行数 $m$ の列ベクトル $\vec{a}_i$ が $n$ 個あるとし、 $\vec{a}_i$ が各列を構成する行列 $A$ を $A_{m \times n}$ と記述するものとする。そして、 $A_{m \times n}$ を以下のように分解する。添え字の $T$ は行列の転置を意味している。

$$A_{m \times n} = U_{m \times m} D_{m \times n} (V_{n \times n})^T \quad (6)$$

$D_{m \times n}$ は以下のような対角構造をもつ。

$$D_{m \times n} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_s^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$s \leq n$ 、 $s \leq m$ であり、 $\sigma^2$ が特異値である。なお、 $\sigma_i^2$ は降順とする。

$U_{m \times m}$ は $(A_{m \times n})^T$ の零空間およびその補空間を張る正規直交基底ベクトルで構成される行列であり、以下のように表現される。

$$U_{m \times m} = (\vec{u}_1 \quad \vec{u}_2 \quad \cdots \quad \vec{u}_s \quad \cdots \quad \vec{u}_m) \quad (8)$$

$V_{n \times n}$ は $A_{m \times n}$ の零空間およびその補空間を張る正規直交基底ベクトルで構成される行列であり、次のように表現される。

$$V_{n \times n} = (\vec{v}_1 \quad \vec{v}_2 \quad \cdots \quad \vec{v}_s \quad \cdots \quad \vec{v}_n) \quad (9)$$

転置行列との積が単位行列となる行列をユニタリ行列と呼び、 $U_{m \times m}$ 、 $V_{n \times n}$ はユニタリ行列となる。すなわち以下のように記述できる。

$$V_{n \times n}(V_{n \times n})^T = (V_{n \times n})^T V_{n \times n} = I, \quad (10)$$

$$U_{m \times m}(U_{m \times m})^T = (U_{m \times m})^T U_{m \times m} = I, \quad (11)$$

$I$ は単位行列である。これを使い、

$$A_{m \times n} V_{n \times n} = U_{m \times m} D_{m \times n}, \quad (12)$$

$$(A_{m \times n})^T U_{m \times m} = V_{n \times n} (D_{m \times n})^T, \quad (13)$$

のように変形することで以下の式が導かれる。

$$A_{m \times n} \vec{v}_i = \sigma_i^2 \vec{u}_i \quad (i \leq s), \quad (14)$$

$$A_{m \times n} \vec{v}_i = 0 \quad (i > s), \quad (15)$$

$$(A_{m \times n})^T \vec{u}_i = 0 \quad (i > s), \quad (16)$$

ここであるベクトル $\vec{r}$ をベクトル群 $\vec{a}_i$ が張る空間の座標系で

$$\vec{r} = (\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \cdots \quad \vec{a}_n) \begin{pmatrix} r'_1 \\ r'_2 \\ \vdots \\ r'_n \end{pmatrix} = A_{m \times n} \vec{r}' \quad (17)$$

と記述するとき、この式(17)に式(6)を代入すると以下が得られる。

$$\vec{r} = U_{m \times m} D_{n \times m} V_{n \times n}^T \vec{r}' = U_{m \times m} D_{m \times n} \begin{pmatrix} \vec{v}_1^T \vec{r}' \\ \vec{v}_2^T \vec{r}' \\ \vdots \\ \vec{v}_n^T \vec{r}' \end{pmatrix} = U_{m \times n} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 \vec{v}_1^T \vec{r}' \\ \sigma_2^2 \vec{v}_2^T \vec{r}' \\ \vdots \\ \sigma_s^2 \vec{v}_s^T \vec{r}' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^s (\sigma_i^2 \vec{v}_i^T \vec{r}') \vec{u}_i \quad (18)$$

すなわち、ベクトル群 $\vec{a}_i$ の線形結合で記述されていたベクトル $\vec{r}$ は、正規直交基底 $\vec{u}_i$ の線形結合で記述されることが分かる。つまり、ベクトル群 $\vec{a}_i$ について、それが張る部分空間の次元数は $s$ であり、その正規直交基底は $\vec{u}_i$ ということが言える。また、 $\vec{u}_i$ の寄与度合いは $\sigma_i^2$ に比例する。

## 2.4 積分データ群の独立性の定量化

積分データ群の独立性は感度係数群の独立性である。先行研究[2]では感度係数行列の特異値分解によって得られた有効な特異値の数から積分データ群の独立性を判断したが、独立性を定量化するために必要な有効な特異値の判断方法を提案していなかった。そこで我々は新たに積分データの独立性を定量化する手法を提案する。積分データ群の独立性は感度係数群の独立性であり、それは感度係数群が構成する空間の次元数と等しい。我々は感度係数群が構成する積分データ空間のことを有効部分空間(Active Sub-Space、以降 ASS)と呼ぶ。したがって感度係数群の独立性を定量化する際に ASS の次元数を用いる。ASS の次元数は以下の手順で求める。

1. 複数の感度係数ベクトルから構成される行列の特異値分解によって、正規直交基底成分を得る。
2. 得られた正規直交基底成分から任意の次元の部分空間を作成し、元の感度係数ベクトルを部分空間へ直交射影する。
3. 2.で得た全ての直交射影ノルムがしきい値を超えた場合、その部分空間の次元数を ASS の次元数とする。
4. 2.で得た直交射影ノルムがしきい値を超えない場合、部分空間の次元数を 1 つ増やし 2 の手順へ戻る。なお、しきい値は 0.99 とした。

## 2.5 ASS を利用した核データの評価の流れ

2.4 節の ASS を利用し、個々の核データの検証可能性を定量化する。個々の核データを積分データで検証可能であるかを、積分データ空間である ASS に個々の核データが含まれているかどうかで判断する。図 4 に 3 次元の核データ空間の、感度係数ベクトルが張る ASS のイメージを示す。図 4 中の  $u_1$ 、 $u_2$  は ASS を構成する正規直交基底ベクトルである。

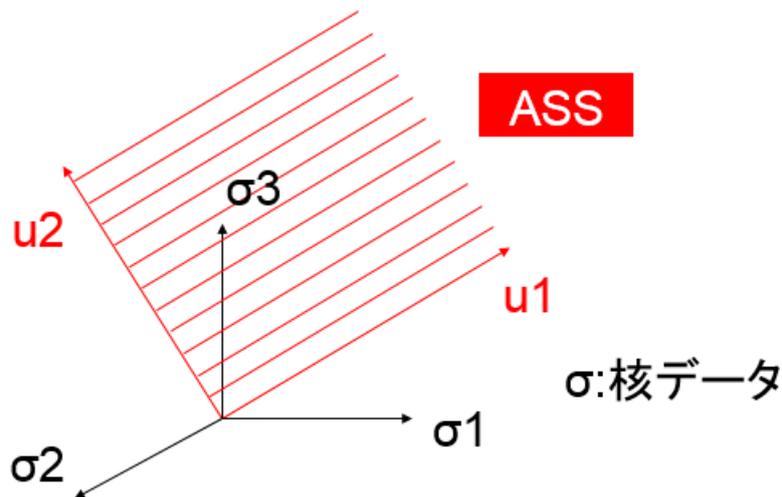


図 4：感度係数の ASS と核データ

着目している核データベクトルが ASS に含まれていない場合、そのベクトルを ASS に直交射影し、直交射影ベクトルのノルムをもって、検証可能な程度を定量化する。図 5 に ASS 内に存在しない核データを ASS に直交射影する概念図を示す。

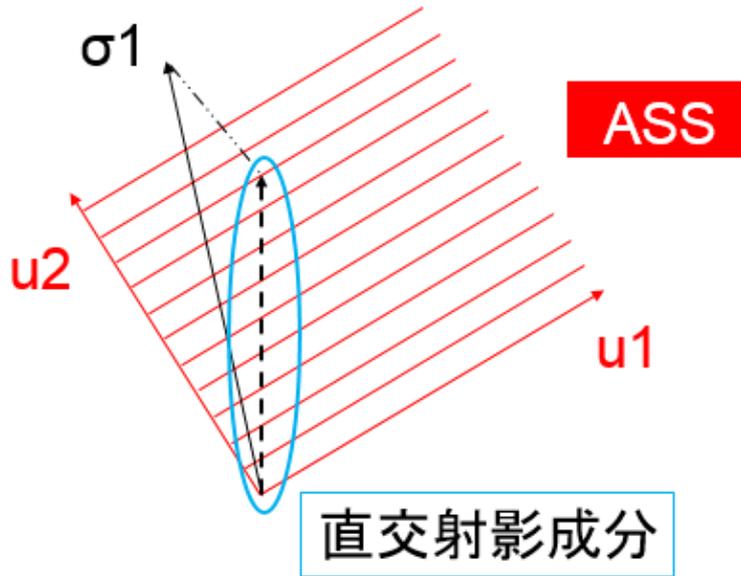


図 5：核データの ASS への直交射影

例として、 $M$  行の列ベクトルが張る  $M$  次元のベクトル空間内に、 $L$  個の  $M$  行の列ベクトルが張る空間の次元数を考える。 $L$  個の  $M$  列ベクトルを  $M \times L$  行列と考え、2.4 節で提案した手法により  $L$  個のベクトル群は  $N (< L)$  次元の ASS を構成することが分かる。

この  $N$  次元の ASS 内に目的のベクトルがあれば、 $N$  次元の ASS で記述できることになる。 $N$  次元の ASS への直交射影の導出について説明するために、簡単な 3 次元のベクトル空間を考える。このベクトル空間内の  $\vec{a}$  を以下のように記述する。

$$\vec{a} = b_1 \vec{u}_1 + b_2 \vec{u}_2 + b_3 \vec{u}_3 \quad (19)$$

そして、さらに以下のように書き直す。

$$\vec{a} = (\vec{u}_1 \quad \vec{u}_2 \quad \vec{u}_3) \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \mathbf{U} \vec{b} \quad (20)$$

ここで  $\mathbf{U}$  はユニタリ行列とする。式(20)に  $\mathbf{U}^T$  を左から乗じると

$$\vec{b} = \mathbf{U}^T \vec{a} \quad (21)$$

と記述することができる。ここで、3 次元のベクトル  $\vec{a}$  を  $\vec{u}_1$ 、 $\vec{u}_2$  方向の 2 次元平面へ射影することを考える。2 次元平面に射影したベクトルを  $\vec{c}$  とすると

$$\vec{c} = b_1 \vec{u}_1 + b_2 \vec{u}_2 \quad (22)$$

と記述でき、式(21)を使うと

$$\vec{c} = ((1 \ 0 \ 0) \cdot \mathbf{U}^T \cdot \vec{a}) \vec{u}_1 + ((0 \ 1 \ 0) \cdot \mathbf{U}^T \cdot \vec{a}) \vec{u}_2 \quad (23)$$

$$\vec{c} = (\vec{u}_1^T \cdot \vec{a}) \vec{u}_1 + (\vec{u}_2^T \cdot \vec{a}) \vec{u}_2 \quad (24)$$

と記述できる。式(24)の括弧の中はスカラーなので

$$\vec{c} = (\vec{u}_1 \quad \vec{u}_2) \begin{pmatrix} \vec{u}_1^T \\ \vec{u}_2^T \end{pmatrix} \vec{a} = \mathbf{U}' \mathbf{U}^T \vec{a} \quad (25)$$

と書き直す。つまり、3 次元ベクトル  $\vec{a}$  の 2 次元空間への直交射影  $\vec{c}$  は、射影する 2 次元空間の正規直交基底行列とその転置行列の積を乗じることによって記述できることが分かる。

以上のことを踏まえて、核データの ASS への直交射影は下の式で表すことができる。

$$P_U = U_{M \times N} (U_{M \times N})^T \quad (26)$$

上の式の  $U_{M \times N}$  は ASS の正規直交基底ベクトルを横に並べた行列であり、ユニタリ行列である。  $P_U$  は直交射影成分である。そして、個々の核データについてその直交射影成分を取り出すには、以下のように  $P_U$  に  $e_j$  を乗じる。

$$e'_j = P_U e_j \quad (27)$$

$e_j$  は  $j$  列目が 1 であり、それ以外の成分は零の単位行ベクトルである。  $P_U$  に  $e_j$  を乗じることによって  $j$  番目の核データの直交射影成分を取り出すことができる。  $e'_j$  の 2-ノルムが目的のベクトルの ASS への直交射影成分の長さとなる。

## 2.6 独立性の高いデータセットの抽出

これまで説明したように個々の核データは核データ空間を構成し、積分データの個々の核データに対する感度係数ベクトル群は核データ空間内に存在し、ASS を構成する。効率的な積分データセットの抽出のために我々は最少の組み合わせで ASS を再現できるようなデータセットを抽出する。感度係数行列の特異値分解により得られた第 1 基底成分は ASS の構成に最も貢献しているデータであるので、我々はこの第 1 基底成分に着目した抽出手法を開発した。データセットを抽出する手順は以下の通りである。

1. ASS を再現するために、最初に第 1 基底成分と全ての感度係数ベクトルの内積を計算し、値が最大のデータが第 1 基底成分と類似のデータであるので選択する。
2. 効率的に次元数を拡張するためには独立性の高いデータを選択する必要がある。したがって、次に 1. で選択した感度係数ベクトルと全ての感度係数ベクトル群の内積を計算し、最も値の小さいデータを選択する。
3. 1. と 2. から構成されるデータ空間の次元拡張のため、全ての感度係数ベクトル群をこのデータ空間へ直交射影し、ノルムが最小となる感度係数を選択する。

以降、データ空間への全ての感度係数の直交射影ノルムがほぼ 1 となるまで 3. を繰り返す。この手順ではデータの抽出順が ASS を再現するための重要度合いとなる。また、今回は直交射影ノルムが 0.99 以上となった場合、ほぼ 1 であると見なす。下の図 6 は上記の手順の概念図である。

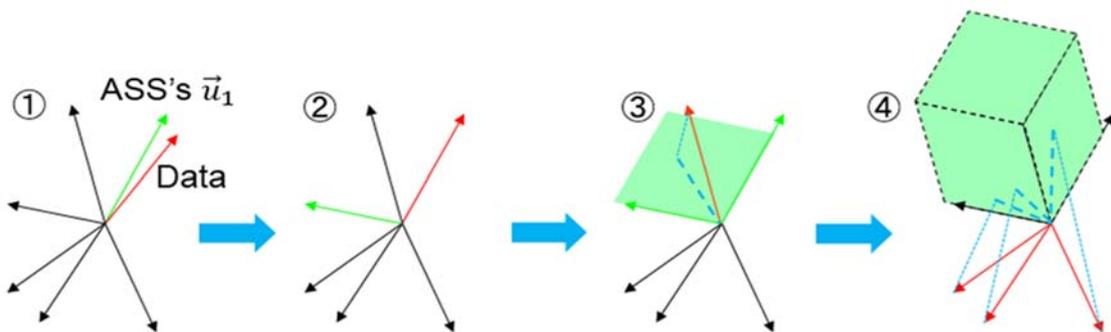


図 6：独立性の高いデータセットの抽出手順

### 第3章 Compensation effect の一解釈

この章では Compensation effect を証明することによって核データ空間と積分データ空間の理論が正しいことを示す。第1章で述べたように核データはライブラリによって値が異なる。すなわち核データ空間上において個々の各ライブラリの個々の核データの値が異なることを意味している。次の図7はU-235の核分裂断面積について JENDL-4.0 を基準とした各ライブラリとの相対差を示している。

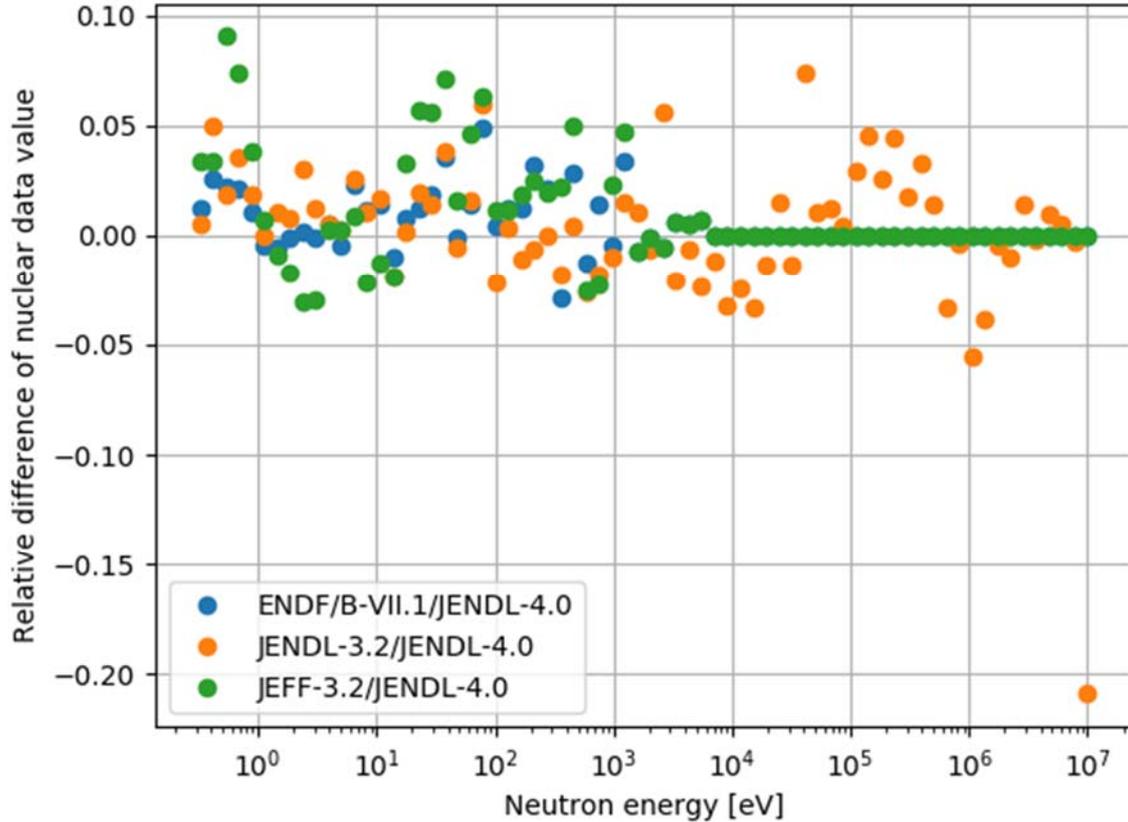


図7: JENDL-4.0 を基準とした各ライブラリの核データの値の相対差

この図を見るとライブラリごとで核データの値に大きく差異があることが分かる。

次に各ライブラリの核データの評価値を用いて計算される積分データの値の差異を示す。積分データは  $k_{eff}$  と反応率比  $rrr$  である。 $rrr$  とは、中性子と原子核との反応がどの程度起こっているか表すパラメータである反応率の異なる核種・反応の比を示すものである。2つの核種  $a \cdot b$  の核分裂反応率  $rrr$  は以下の式(28)で表される。

$$rrr = \frac{\int \sigma_{a,f}(E)\Phi(E)dE}{\int \sigma_{b,f}(E)\Phi(E)dE} \quad (28)$$

図8に各ライブラリで計算した積分データの差異を示す。また、この計算に用いた積分データの体系と核データを表1と表2として章の最後に示す。

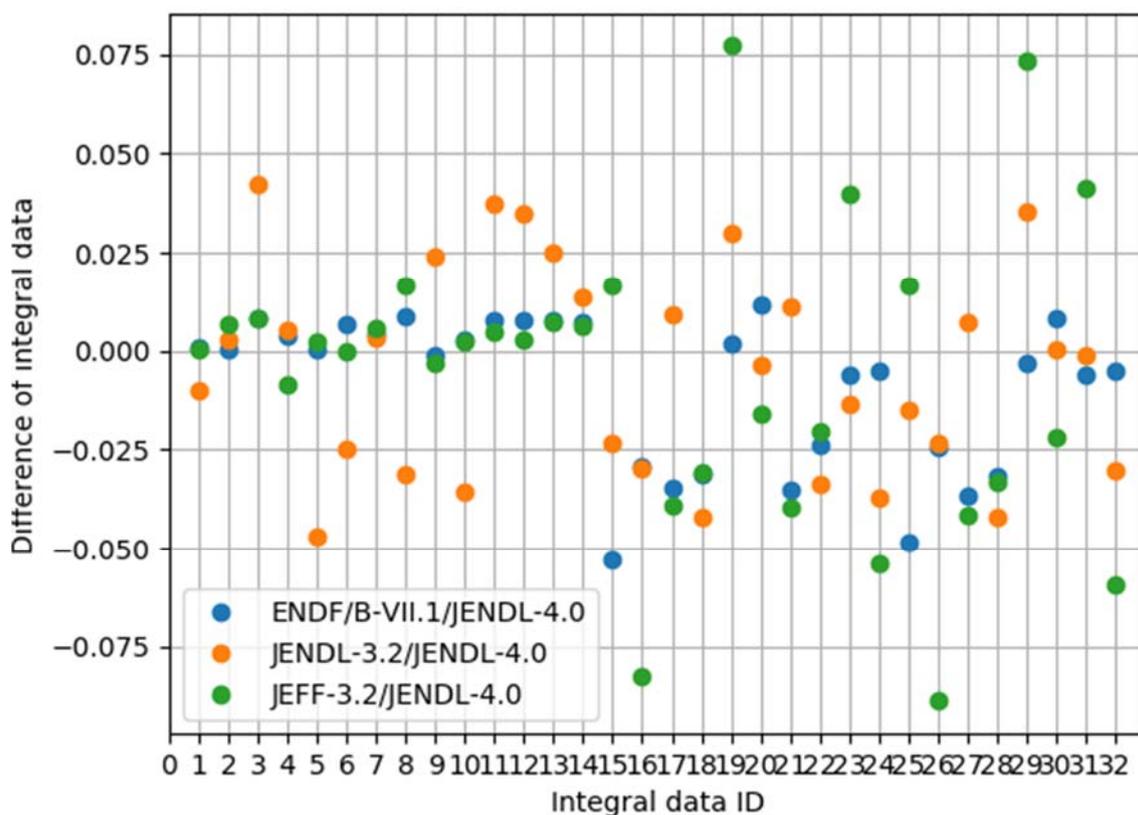


図 8 : JENDL-4.0 を基準とした各ライブラリを用いた積分データの値の相対差

Integral data ID=1~14、15~32 がそれぞれ $k_{eff}$ と $rrr$ である。この図を見ると 14 番目の積分データまでは JENDL-3.2 と JENDL-4.0 の積分データの値の差異が大きく、それ以外のライブラリ間では差異が小さいことが分かる。また、15 番目以降ではどのライブラリ間でも積分データの差異が大きいが分かる。まず、全体として JENDL-3.2 と JENDL-4.0 の差異が大き理由は JENDL-4.0 と ENDF/B-VII.1、JEFF-3.2 は比較的新しいライブラリであるのに対して JENDL-3.2 のみライブラリが古いからである。

次に積分データの種類の違いによって各ライブラリ間の積分データの差異の傾向が異なる理由について述べる。それは $rrr$ よりも $k_{eff}$ の方が評価済み核データライブラリの更新の際に重宝されているからである。ライブラリの更新により各核データの推定値を決める際に、ライブラリを用いた積分データの計算結果がフィードバックされる。そのとき、 $rrr$ よりも $k_{eff}$ のフィードバック結果を重要視するため図 8 のように $k_{eff}$ のみ差異がほぼ無く、 $rrr$ はどのライブラリ間でも差異が大きくなっている。

以上、図 7 と図 8 より各ライブラリの核データは核データ空間上では値が大きく異なるが、各ライブラリを用いた積分データの値は古いライブラリを除き、 $k_{eff}$ ではほぼ等しくなることを確認することができた。つまり、各核データの値は核データ空間上では異なるが、積分データ空間上ではほぼ等しいということである。

第 2 章で提案した手法には核データ空間と積分データ空間の概念が用いられているが、この章での Compensation effect の一解釈をそれらの概念を用いて行った。

表 1：積分データ一覧

Data ID	Name	Data ID	Name
1	Jezebel	15	F28/F25 in Godiva
2	Jezebel-Pu	16	F37/F25 in Godiva
3	Jezebel-233	17	F23/F25 in Godiva
4	Godiva	18	F49/F25 in Godiva
5	Flattop-Pu	19	F28/F25 in Jezebel
6	Flattop-U	20	F37/F25 in Jezebel
7	Flattop-233	21	F23/F25 in Jezebel
8	Big-ten	22	F49/F25 in Jezebel
9	Thor(Pu w Th Ref.)	23	F28/F25 in Jezebel-233
10	PMF010(Pu w NU Ref.)	24	F37/F25 in Jezebel-233
11	U3MF002-1(U-233 w HEU Ref.)	25	F28/F25 in Flattop-U
12	U3MF002-2(U-233 w HEU Ref.)	26	F37/F25 in Flattop-U
13	U3MF003-1(U-233 w NU Ref.)	27	F23/F25 in Flattop-U
14	U3MF003-2(U-233 w NU Ref.)	28	F49/F25 in Flattop-U
		29	F28/F25 in Flattop-Pu
		30	F37/F25 in Flattop-Pu
		31	F28/F25 in Flattop-233
		32	F37/F25 in Flattop-233

表 1 の Ref.は反射体、F28、F25、F37、F23、F49 はそれぞれ U-238、U-235、Np-237、U-233、Pu239 の核分裂断面積を表している。

表 2：核データ一覧

Index	Nuclide	ND	Index	Nuclide	ND	Index	Nuclide	ND
1-	U-233	n,f	2241-	Pu-239	n,f	4481-	Th-232	n,f
71-	U-233	n,g	2311-	Pu-239	n,g	4551-	Th-232	n,g
141-	U-233	n,n	2381-	Pu-239	n,n	4621-	Th-232	n,n
211-	U-233	n,n'	2451-	Pu-239	n,n'	4691-	Th-232	n,n'
281-	U-233	n,2n	2521-	Pu-239	n,2n	4761-	Th-232	n,2n
351-	U-233	mu_bar	2591-	Pu-239	mu_bar	4831-	Th-232	mu_bar
421-	U-233	nu_bar	2661-	Pu-239	nu_bar	4901-	Th-232	nu_bar
491-	U-233	$\chi$	2731-	Pu-239	$\chi$	4971-	Th-232	$\chi$
561-	U-234	n,f	2801-	Pu-240	n,f	5041-	Np-237	n,f
631-	U-234	n,g	2871-	Pu-240	n,g	5111-	Np-237	n,g
701-	U-234	n,n	2941-	Pu-240	n,n	5181-	Np-237	n,n
771-	U-234	n,n'	3011-	Pu-240	n,n'	5251-	Np-237	n,n'
841-	U-234	n,2n	3081-	Pu-240	n,2n	5321-	Np-237	n,2n
911-	U-234	mu_bar	3151-	Pu-240	mu_bar	5391-	Np-237	mu_bar
981-	U-234	nu_bar	3221-	Pu-240	nu_bar	5461-	Np-237	nu_bar
1051-	U-234	$\chi$	3291-	Pu-240	$\chi$	5531-	Np-237	$\chi$
1121-	U-235	n,f	3361-	Pu-241	n,f			
1191-	U-235	n,g	3431-	Pu-241	n,g			
1261-	U-235	n,n	3501-	Pu-241	n,n			
1331-	U-235	n,n'	3571-	Pu-241	n,n'			
1401-	U-235	n,2n	3641-	Pu-241	n,2n			
1471-	U-235	mu_bar	3711-	Pu-241	mu_bar			
1541-	U-235	nu_bar	3781-	Pu-241	nu_bar			
1611-	U-235	$\chi$	3851-	Pu-241	$\chi$			
1681-	U-238	n,f	3921-	Pu-242	n,f			
1751-	U-238	n,g	3991-	Pu-242	n,g			
1821-	U-238	n,n	4061-	Pu-242	n,n			
1891-	U-238	n,n'	4131-	Pu-242	n,n'			
1961-	U-238	n,2n	4201-	Pu-242	n,2n			
2031-	U-238	mu_bar	4271-	Pu-242	mu_bar			
2101-	U-238	nu_bar	4341-	Pu-242	nu_bar			
2171-	U-238	$\chi$	4411-	Pu-242	$\chi$			

## 第4章 積分データの作成と有効性の計算結果

本研究では2012年4月より北海道大学原子炉工学研究室で開発してきた汎用炉物理解析コードシステムCBZを用いて媒質データの作成、計算対象とする臨界集合体データの作成、感度係数の計算を行った。本研究で用いる $k_{eff}$ の個々の核データに対する感度係数は中性子束と随伴中性子束から計算している。そして計算で得た感度係数ベクトル群を対象に第2章で提案した手法を用いて独立性の定量化と個々の核データの検証可能性の定量化、独立性の高いデータセットの抽出を行う。用いるデータは仮想的な球体臨界炉の $k_{eff}$ とU-235の核分裂断面積に対する感度係数であり、臨界炉は濃縮度が異なるU-235とU-238からなる燃料にて構成される。使用する評価済み核データライブラリはJENDL-4.0である。なお、核データのエネルギー群数は276である。このエネルギー構造は高速炉解析で用いられる70群のエネルギー領域の内、上から69個採用したものを等レサジーで4等分したものである。70群の下限エネルギーは $1e-5[eV]$ であり、レサジー幅が他と異なるので最後のエネルギー領域は使用しないことにした。

### 4.1 感度係数行列の作成

球体臨界炉の $k_{eff}$ のU-235の核分裂断面積に対する感度を得るために球体炉の半径とU-235の濃縮度を7~100%まで1%ずつ変更して94個の感度係数ベクトルを作成した。次の図9にU-235の濃縮度と球形臨界炉の半径の関係を示す

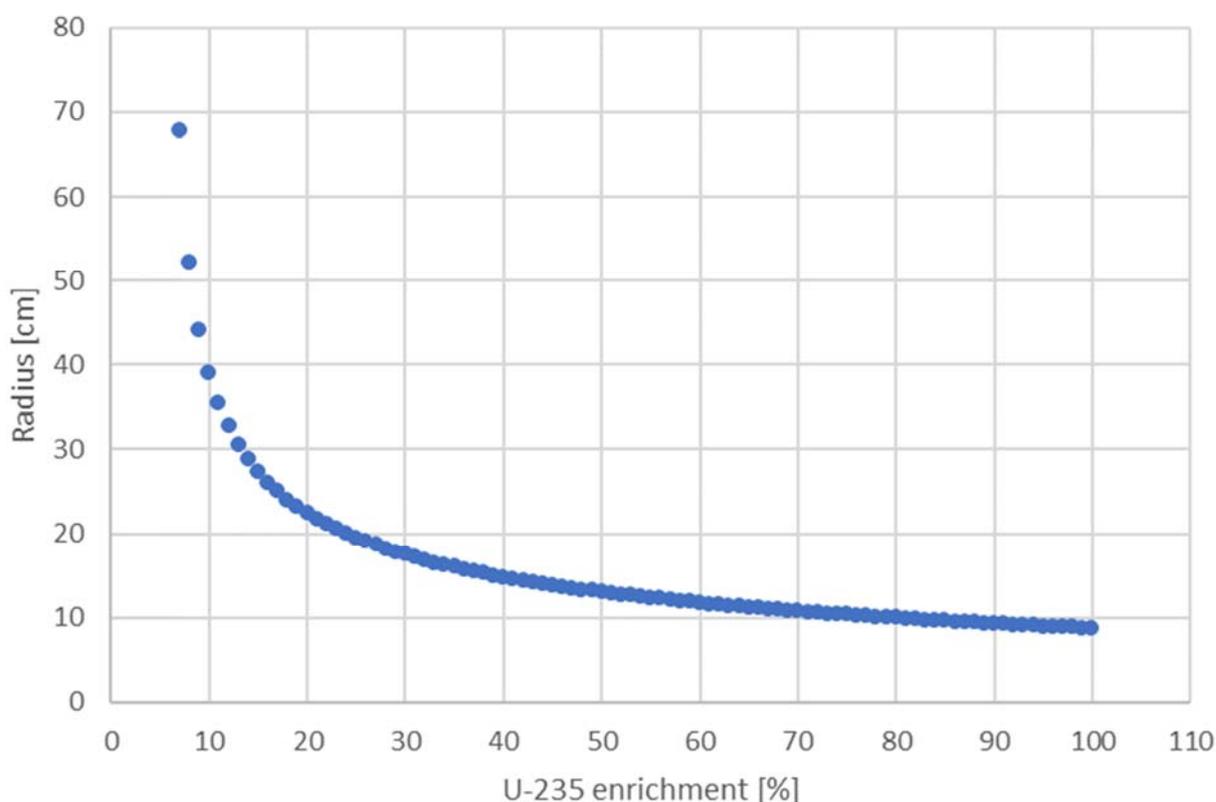


図9：球形臨界炉の半径とU-235の濃縮度

図10に、得られた94個の感度係数ベクトルの内、6つの異なる濃縮度の燃料を用いたデータを示す。

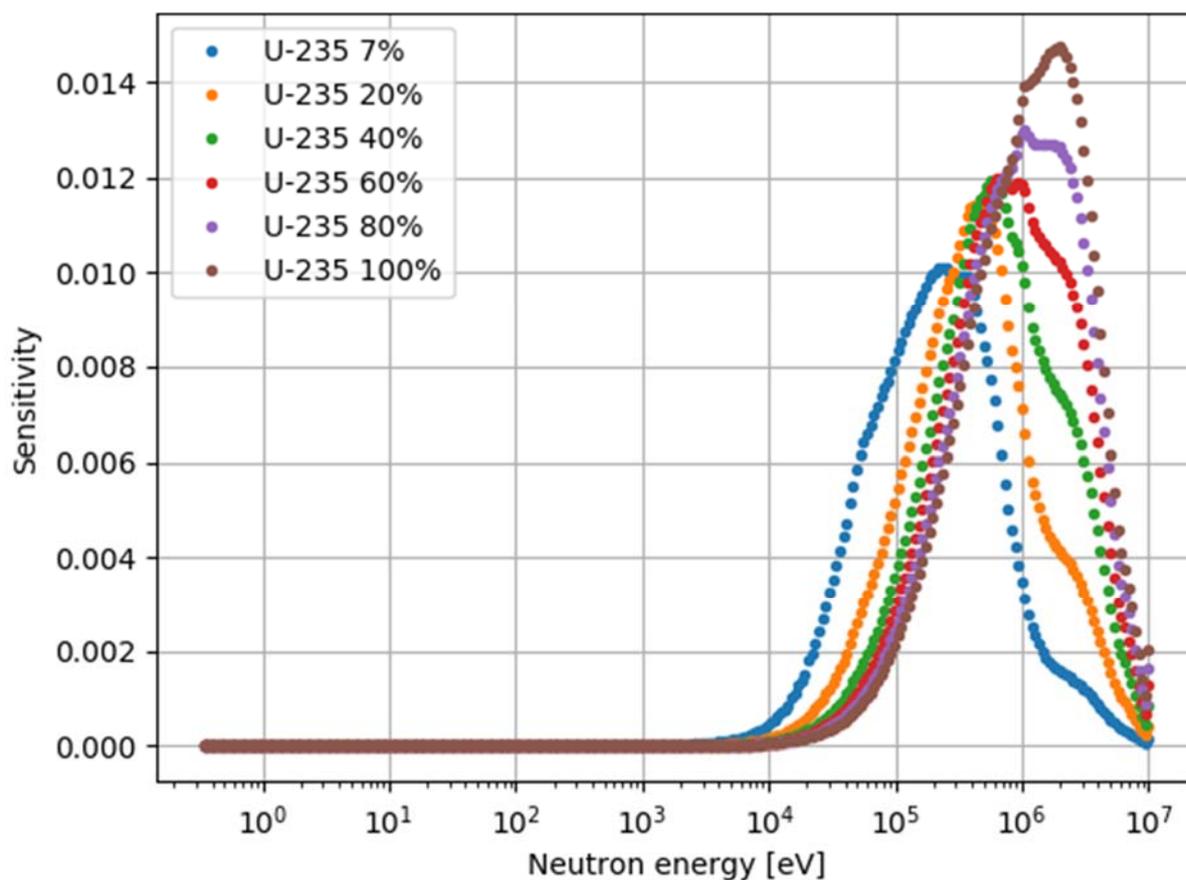


図 10：  $k_{eff}$  の U-235 の核分裂断面積に対する感度係数ベクトル

図 10 より U-235 濃縮度が高くなるにつれて感度はわずかに大きくなっていることが確認できる。また、感度が最大値をとるエネルギーが、濃縮度が高くなるにつれて高エネルギー側にシフトしていることも確認できる。U-235 濃縮度が高くなると感度が大きくなる原因は、 $k_{eff}$  に対する U-235 の核分裂断面積の影響が大きくなるからである。また、U-235 濃縮度が変わると感度の最大領域がシフトする理由は、U-235 濃縮度が高くなると原子炉の半径が小さくなり、中性子が体系から漏れやすくなることによって原子核と非弾性散乱反応をする機会が少なくなるからである。したがって、U-235 の高濃縮度体系では中性子のエネルギーが比較的失われず、低濃縮度体系よりも反応を起こすピークが高エネルギー側にシフトする。

## 4.2 積分データ群の独立性の定量化手法の適用

この節では 2.4 節で提案した独立性の定量化手法を 4.1 節で作成した感度係数ベクトル群に適用する。

次の図 11 は感度係数ベクトル群を行列と見なし、特異値分解により得られた特異値である。

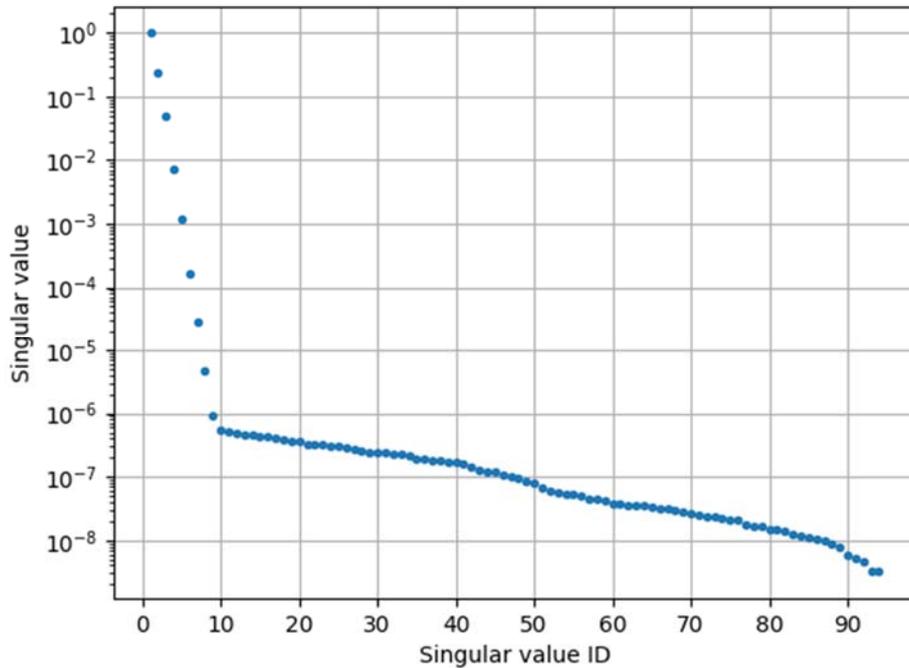


図 11：94 個の感度係数ベクトル群から得られた特異値の分布図

図 11 を見ると 10 番目以降の特異値の分布の傾きが大きく変化していることが分かる。この場合、一般的には独立性を 10 とする考えもある。しかし、1 番目と 10 番目の特異値を比較すると値が 6 桁も異なるため、我々は独立性の定量化にこの考えを適用することは適していないと考える。

次に我々が提案した手法を用いて 94 個の感度係数群の独立性を定量化する。次の図 12 は感度係数ベクトル群を各次元の部分空間へ直交射影したノルムである。

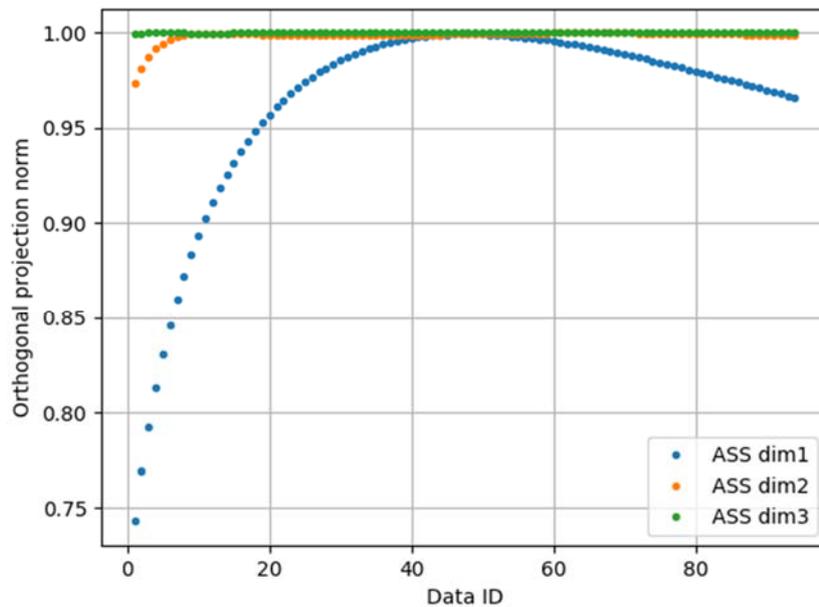


図 12：感度係数群の各次元の部分空間への直交射影ノルム

Data ID=1, 94 はそれぞれ U-235 濃縮度 7%、100%のデータに対応する。94 個の感度係数ベクトルを 3次元の部分空間へ直交射影したとき、全てのノルムが 0.99 以上となった。これは 94 個の感度係数ベクトルから構成される ASS は 3次元であり、独立性は 3であることを意味する。したがって以降の「個々の核データの検証可能性の定量化」と「有効な積分データセットの抽出」に用いる ASS の基底成分には感度係数行列の特異値分解によって得られた基底成分の内、支配的な順に 3つ採用する。図 13 に ASS の基底成分を示す。

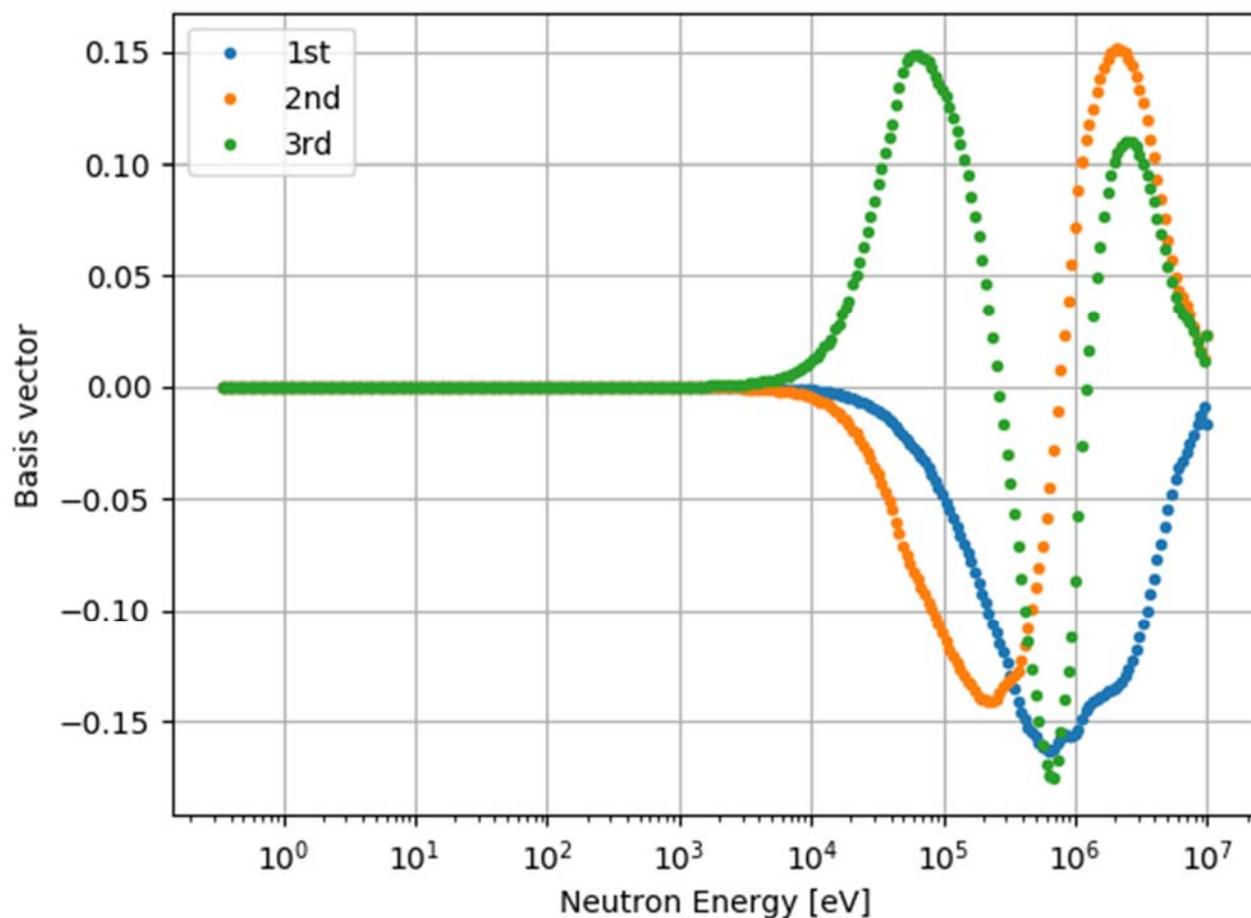


図 13 : ASS の基底成分

### 4.3 ASS による個々の核データの検証可能性の定量化

2.5 節で提案した個々の核データの検証可能性の定量化手法を 276 群の U-235 の核分裂断面積に適用した結果を図 14 に示す。

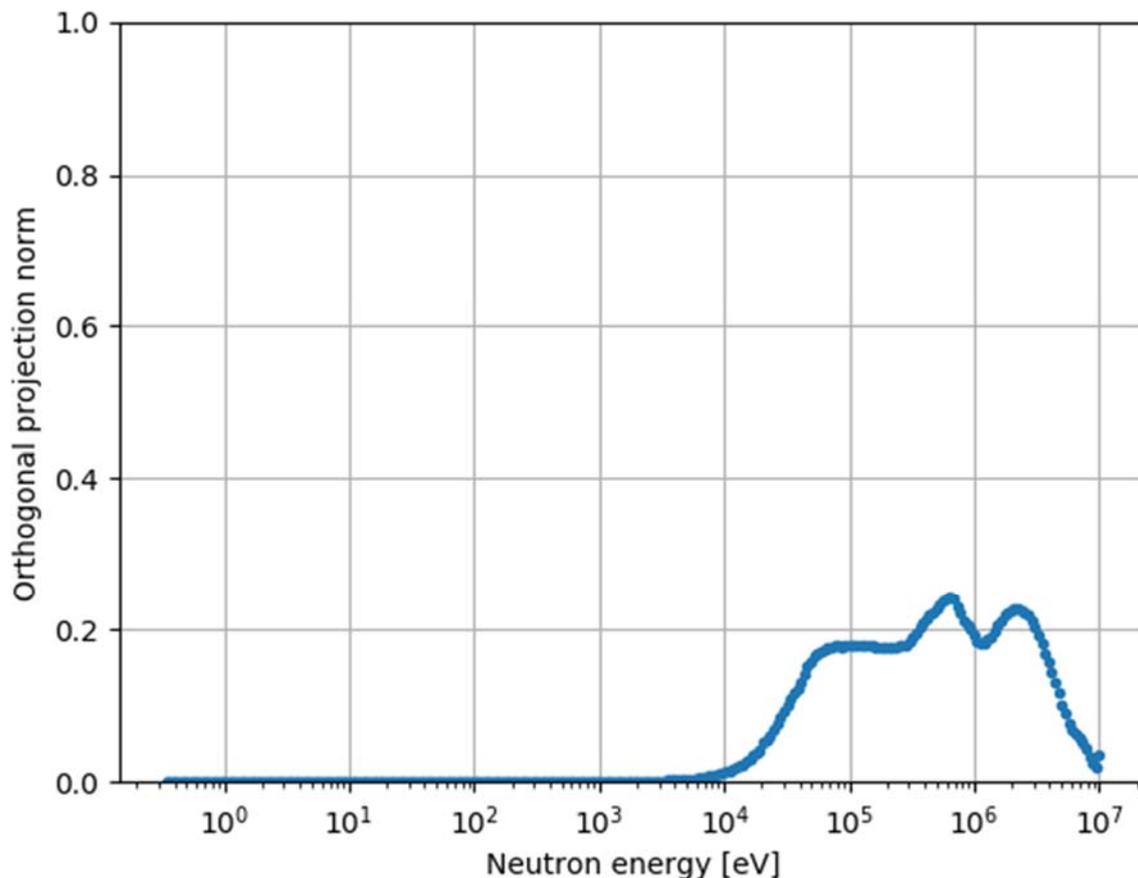


図 14 : U-235 の個々の核分裂断面積の検証可能性

定量化手法には積分データとして 4.2 節で作成した 3 次元の ASS を用いた。図 13 から個々の核データの検証可能性は最大でも 0.25 程度であることが分かる。これは最も検証可能性の高い核データでも積分データ空間に対して 75 度の角度を持つということを示している。また、エネルギー領域が  $10^3$  [eV] 以下の U-235 の核分裂断面積は 94 個の積分データではほぼ検証できないことを示している。

### 4.4 独立性の高いデータセットの抽出

2.6 節で提案した手法を用いて 94 個の感度係数ベクトル群から独立性の高いデータセットを抽出する。その結果、U-235 濃縮度 54%, 7%, 100% のデータが順に抽出された。2.6 節で述べた通り、抽出された順番が早いデータが ASS を再現するためにより重要なデータである。抽出されたデータは順に U-235 濃縮度が中間値のデータと最も小さいデータ、最も高いデータである。そして抽出したデータセットの中で最も価値の高いデータは濃縮度 54% である。今回用いるデータが、計算体系が濃縮度のみを変更した全て似たような条件の感度係数ベクトルであることを考えると、この結果から我々の提案する独立性の高いデータセットの抽出手法には妥当性があると考えられる。

#### 4.5 エネルギー群構造による影響

今回はテストとして 276 群の核データを用いた。核データは基本的には連続エネルギーで与えられ、積分データの計算を行うために多群近似される。そこで異なるエネルギー群の感度係数ベクトルを用意することで、エネルギーの離散化が今回の 3 つの手法に与える影響について調べる。影響を確認するために第 4 章で使用した 276 群の核データのレサジー幅を 2 倍にした 138 群と、4 倍にした 69 群のエネルギー群の感度係数ベクトルを用意した。そして、69 群と 138 群、そして 276 群の 3 つの感度係数ベクトル群について以下の 3 点を比較する。

1. 積分データ群の独立性
2. 個々の核データの検証可能性
3. 独立性の高いデータセットの抽出

#### 4.5.1 積分データ群の独立性

各エネルギー群の感度係数ベクトル群に 2.4 節で提案した独立性の定量化手法を適用した結果を図 15、図 16、図 17 に示す。

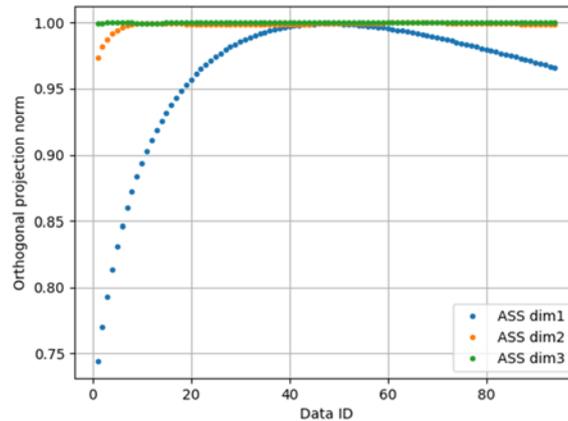


図 15：69 群の感度係数群の各次元の部分空間への直交射影ノルム

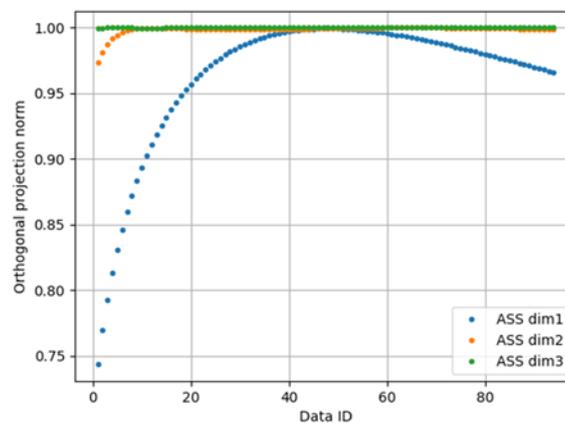


図 16：138 群の感度係数群の各次元の部分空間への直交射影ノルム

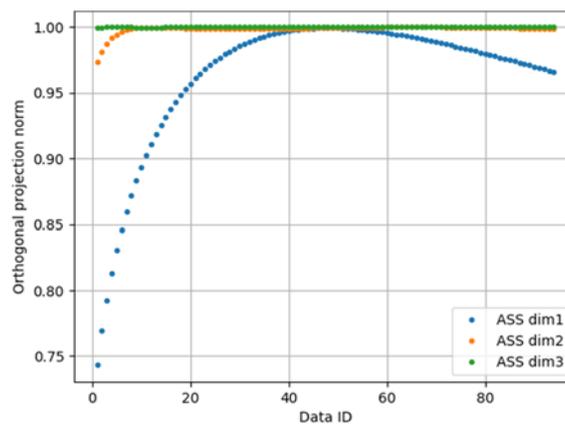


図 17：276 群の感度係数群の各次元の部分空間への直交射影ノルム

これらの図を見ると、全てのエネルギー群の感度係数ベクトル群において、部分空間の次元数が 3 であるとき全ての直交射影ノルムが 0.99 以上となる。そして、各エネルギー群の感度係数ベクトル群により構成される ASS は 3 次元である。また、感度係数群ごとの各次元の部分空間への直交射影ノルムを比較すると値はほぼ等しい。

次の図 18 と 図 19、図 20 は各エネルギー群の核データを用いた ASS の基底成分である。

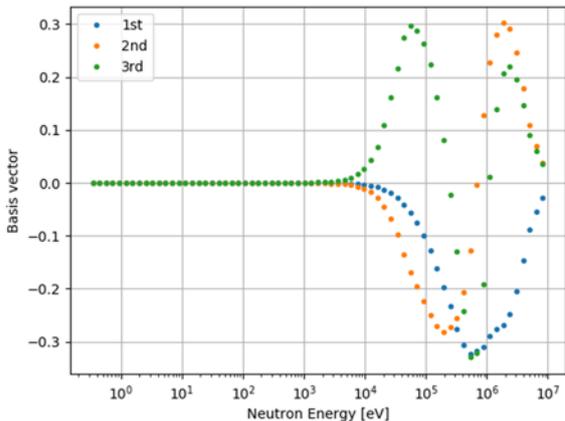


図 18 : 69 群の ASS の基底成分

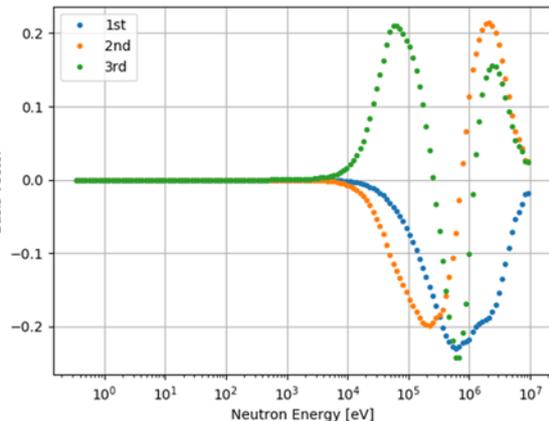


図 19 : 138 群の ASS の基底成分

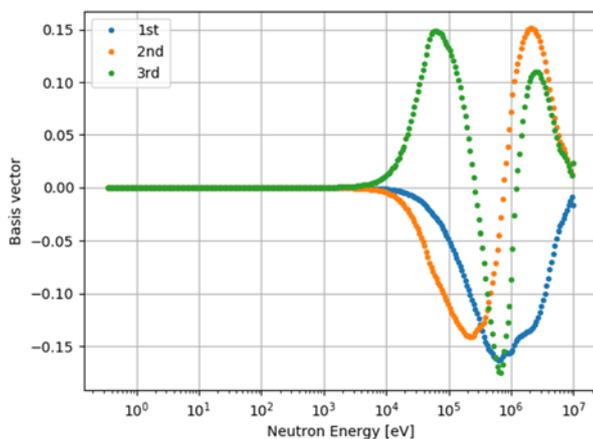


図 20 : 276 群の ASS の基底成分

これら 3 つの図を比較すると第 1 基底成分と第 2 基底成分、第 3 基底成分の形状はいずれの群数でもほぼ等しいことが分かる。つまり、異なるエネルギー群の感度係数群を用いても、我々の独立性の定量化手法と、独立性を次元数とした ASS の構成には影響が無いことが分かる。

#### 4.5.2 個々の核データの検証可能性

各エネルギー群の感度係数群ベクトル群に 2.5 節で提案した手法によって定量化した個々の核データの検証可能性を図 21 に示す。

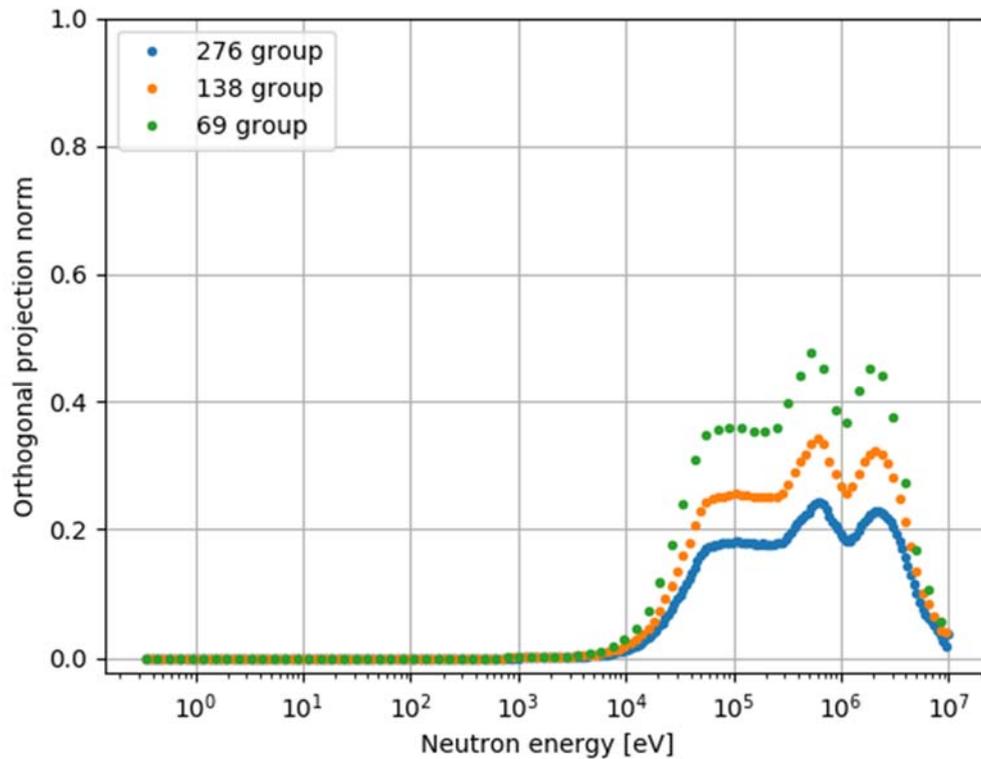


図 21：3 種類のエネルギー群の U-235 の個々の核分裂断面積の検証可能性

各エネルギー群の個々の核データの検証可能性を比較すると、検証可能性を表す個々の核データの ASS への直交射影ノルムが異なることが分かる。これはエネルギー群によって基底ベクトルの各要素の値が異なることが原因である。次の式(25)は 2.5 節で述べた個々の核データの検証可能性を計算する式である。

$$e'_j = P_U e_j = U_{M \times N} (U_{M \times N})^T e_j \quad (25)$$

この式を見ると個々の核データの検証可能性は ASS の基底成分の行列によって決まることが分かる。基底成分の行列は ASS が 3 次元なので  $N = 3$  である。そして、エネルギー群数は基底ベクトルの要素の数である  $M$  に対応する。基底成分の行列にその転置行列を乗じることによって得られた行列の行成分が対応するエネルギー群の核データの検証可能性を示す。次の図 22 はその検証可能性を示す行列成分を表したものである。

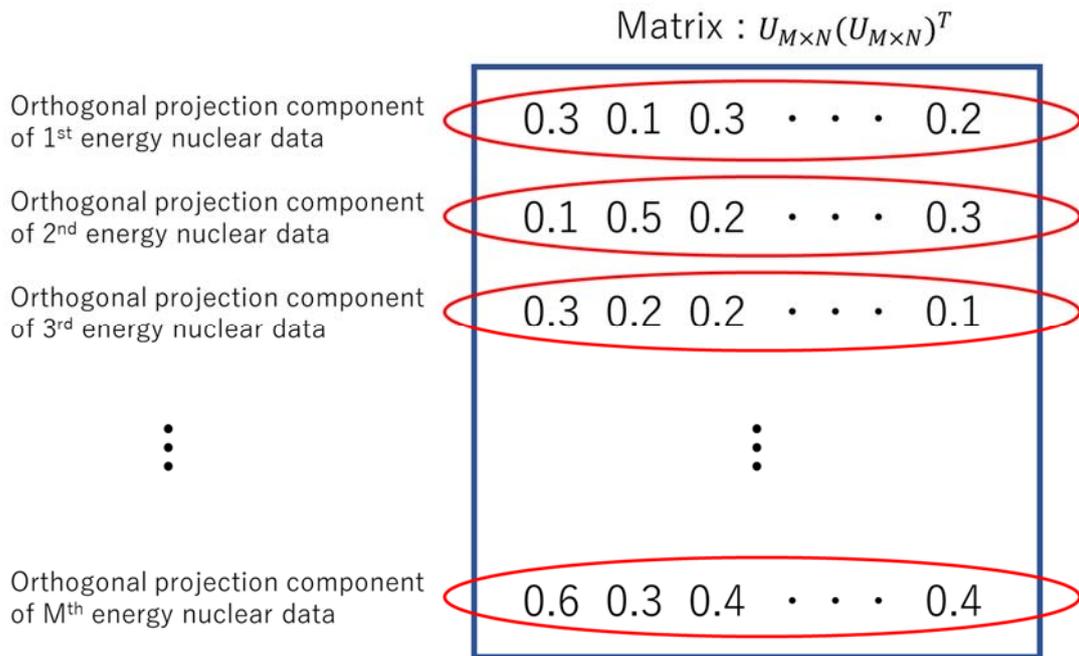


図 22  $U_{M \times N}(U_{M \times N})^T$  の概念図

基底成分を表す行列 $U_{M \times N}$ の各基底ベクトルのノルムは 1 であるので基底ベクトルの要素数が大きくなると基底ベクトルの各要素の値が小さくなる。そのような基底ベクトルから構成される行列にその転置行列を乗じることによって得られた行列の個々のエネルギー群に対応する基底成分は小さくなる。その結果、各行が個々のエネルギー群の核データの検証可能性である各行のノルムは小さくなる。

したがって、個々の核データの検証可能性を定量化する手法を異なるエネルギー群数の感度係数ベクトル群に適用した場合、エネルギー群数が大きくなればなるほど検証可能性が小さくなる。これは核データ検証を物理的な観点から見た結果と一致している。核データを実際にエネルギー群ごとに検証する際に、極限までエネルギー群数を大きくすると、各中性子エネルギーに対応する核データの値をピンポイント検証しなければならず、それは不可能と言える。

#### 4.5.3 独立性の高いデータセットの抽出

3.5 節で提案した手法を用いて 69 群と 138 群、276 群の核データを用いた感度係数群から独立性の高いデータセットを抽出した。結果、どのエネルギー群数のデータ群からも 7%, 54%, 100% のデータセットが抽出された。4.5.1 節より、我々が提案する抽出手法に用いる ASS の基底成分はエネルギー群が変化しても形状がほとんど変化しないため、どのエネルギー群でも結果は変わらなかった。したがって、独立性の高いデータセットを抽出する場合、異なるエネルギー群の感度係数ベクトル群を用いても結果は同じとなる。

## 5章 実際の積分データへの応用

### 5.1 対象とする積分データと核データ

第4章では仮想の簡易的な体系で計算された一種類のみの積分データと核データを用いた。第5章では複数の核種・反応を検証対象として、実在する複数種類の積分データを用いた感度係数群に第2章で提案した手法を適用する。この章で用いる実在する積分データの一覧は第3章の表1である。表1に記した炉心体系の燃料と反射体の原子数密度について以下の表3～表14に示す。

表3: Jezebel

Nuclide
Ga
Pu-239
Pu-240
Pu-241

表4: Jezebel-Pu

Nuclide
Ga
Pu-239
Pu-240
Pu-241
Pu-242

表5: Jezebel-233

Nuclide
U-233
U-234
U-235
U-238

表6: Godiva

Nuclide
U-234
U-235
U-238

表7: Flattop-Pu

Nuclide	
Core	Reflector
Pu-239	U-234
Pu-240	U-235
Pu-241	U-238
Ga	

表8: Flattop-U

Nuclide	
Core	Reflector
U-234	U-234
U-235	U-235
U-238	U-238

表9: Flattop-233

Nuclide	
Core	Reflector
U-233	U-235
U-234	U-238
U-235	
U-238	

表10: Big-ten

Nuclide	
Core	Reflector
U-234	U-234
U-235	U-235
U-236	U-236
U-238	U-238

表11: Thor

Nuclide	
Core	Reflector
Pu-239	Th-232
Pu-240	
Pu-241	
Ga	

表12: PMF010

Nuclide	
Core	Reflector
Pu-239	U-235
Pu-240	U-238
Pu-241	
Ga	

表13: U3MF002-1&2

Nuclide	
Core	Reflector
U-233	U-235
U-234	U-238
U-238	

表14: U3MF003-1&2

Nuclide	
Core	Reflector
U-233	U-235
U-234	U-238
U-238	

検証対象の核データの一覧は第3章の表2である。用いるライブラリはJENDL-4.0であり、エネルギー群数は70である。

## 5.2 感度係数の規格化

我々が提案する手法は特異値分解を用いており、対象とする行列は核データに対する積分データの感度係数ベクトル群である。第4章では積分データとして $k_{eff}$ のみを用いたが、実際の核データの検証には種類が異なる積分データの感度係数を扱う場合がある。例えば、積分データとして $k_{eff}$ と $rrr$ を扱う場合を考える。一般的に $rrr$ を積分データとして用いた感度係数は $k_{eff}$ を用いたものよりも値が大きい。この場合、特異値分解の際に値が小さい $k_{eff}$ を用いた感度係数の重要度が低下して扱われる可能性がある。この問題に対して各感度係数の規格化が有効である可能性があるため検証を行う。

感度係数の規格化の有効性を確認するために用意した感度の値が大きく異なる2種類のデータを表15に示す。

表15: 感度が大きく異なる2種類のデータ

Data	Vector
A	[1, 1.01, 1]
B	[1000, 1000, 1000]

そして、Data A, Bを並べて行列とする場合と各データで規格化して行列とする場合の2つのケースを考える。規格化の有効性を確認する手順は以下の通りである。

1. データ行列の第1基底成分を特異値分解によって得る。
2. データAとデータBを第1基底成分に直交射影しノルムを得る。

データは2つのみなので、この2つのデータから構成される空間の第1基底成分への各データの直交射影ノルムは等しくなるはずである。もし、各データの直交射影ノルムが異なり、データBの値が1である場合、第1基底成分はデータBであり、これは特異値分解の際にデータAの重要度が低下して扱われていることを意味する。

規格化をしない場合の各データの直交射影ノルムを表16に示す。

表16: 規格化しない場合の第1基底成分への直交射影ノルム

Data	Orthogonal projection norm
A	0.999989
B	1

この結果を見ると特異値分解の際にデータAの重要度が低下して扱われていることが分かる。次の図22はこの結果の概念図である。

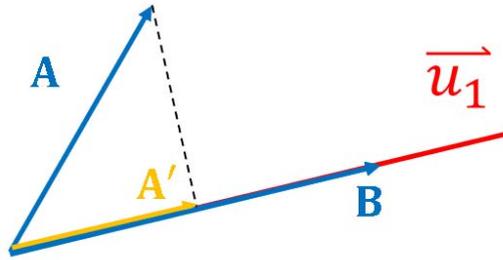


図 22 : Data A, B の第 1 基底成分への直交射影の概念図

A'はデータ A の直交射影ノルムであり $\vec{u}_1$ は第 1 基底成分である。

次にデータをそれぞれ規格化した場合の直交射影ノルムを表 17 に示す。

表 17 : 各データで規格化した場合の第 1 基底成分への直交射影ノルム

Data	Orthogonal projection norm
A	0.999997
B	0.999997

各データの第 1 基底成分への直交射影ノルムは等しくなった。これは値が小さいデータの重要度が低下して扱われずに特異値分解が行われたことを意味する。この結果より、異なる種類の積分データを扱う場合は規格化が必要であることがわかる。したがって、第 5 章で扱う積分データ群に対しては各感度係数で規格化を行う。

### 5.3 積分データ群の独立性の定量化

32 個の感度係数ベクトル群の独立性を定量化する。次の図 23 は 32 個の感度係数ベクトル群の行列の特異値分解によって得られる特異値の分布図である。

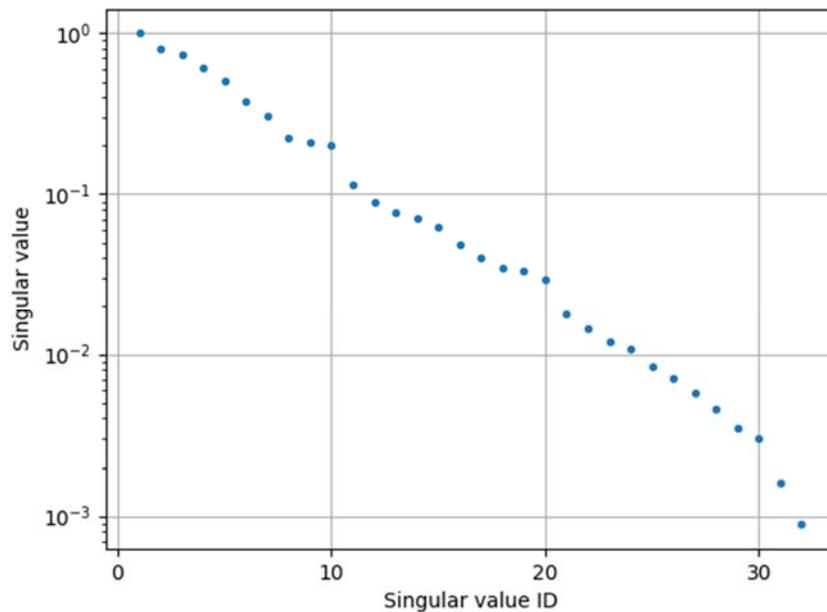


図 23 : 32 個の感度係数ベクトル群から得られた特異値の分布図

32 個の感度係数ベクトル群から得られた特異値も傾きが水平にならず、特異値の分布からは独立性を定量化することは困難である。

次に 2.4 節で提案した手法を 5.1 節の感度係数ベクトル群に適用する。次の図 24 は感度係数ベクトル群を各部分空間へ直交射影したノルムを示している。

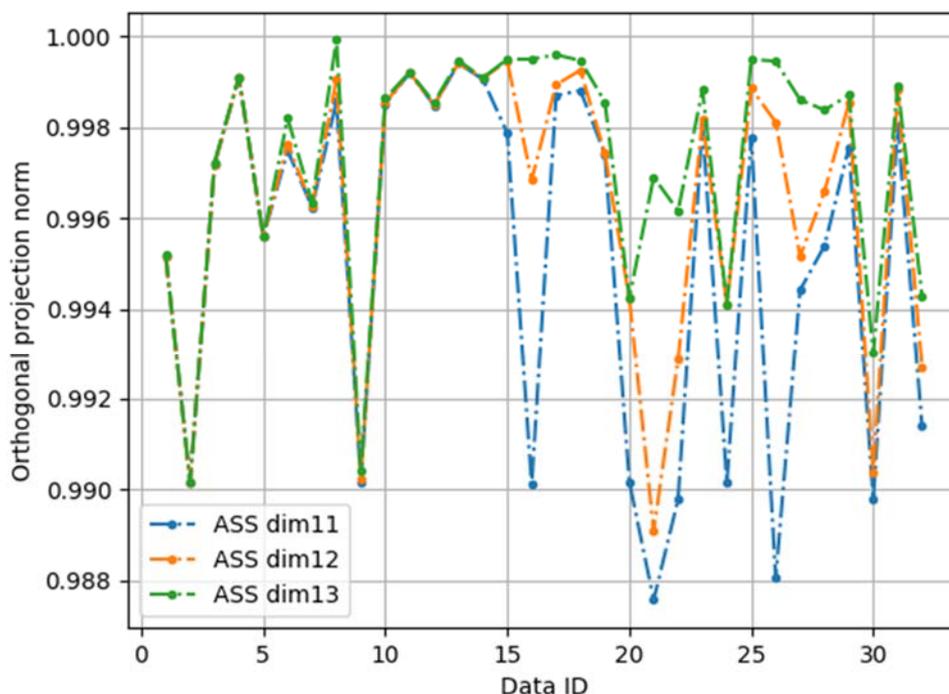


図 24：感度係数群の各次元の部分空間への直交射影ノルム

上の図は 32 個の積分データセットの独立性が 13 であるということを示している。全ての感度係数の直交射影ノルムが 0.99 を超えたのは部分空間の次元数が 13 となったときである。したがって 32 個の感度係数が構成する ASS の次元数は 13 である。

次に ASS の主要な基底成分を図 25 に示す。

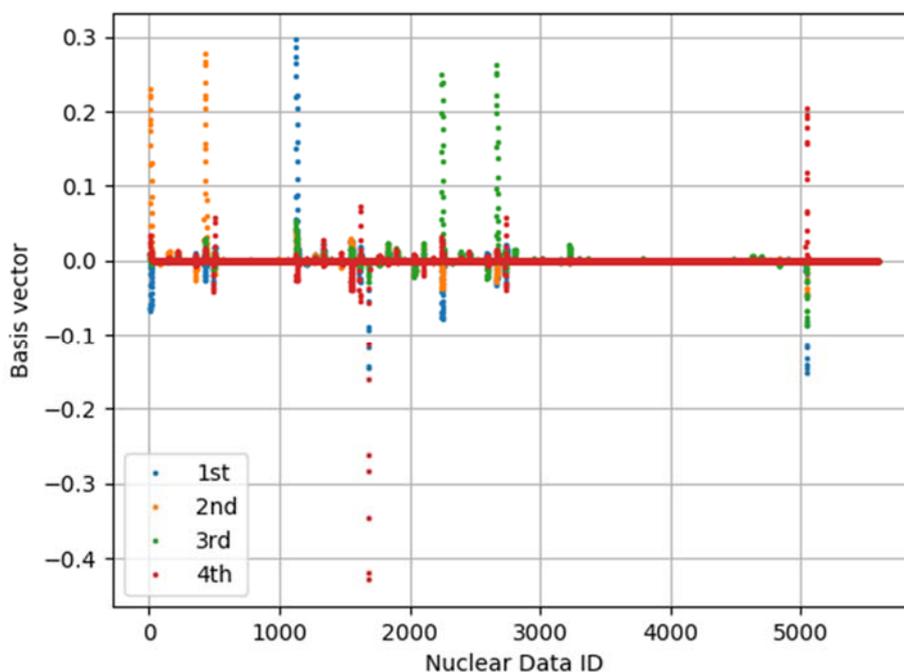


図 25：ASS の第 1～第 4 基底成分

次に、ASS の主要な基底成分の内、大きさが 0.25 以上である基底成分に対応する核データを次の表 18 に示す。

表 18：値が大きい基底成分に対応する核データ

Index	Nuclide	Norm	Order of basis vector
426	U-233( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.267	2
427	U-233( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.279	2
428	U-233( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.262	2
1126	U-235( $n, f$ )	0.273	1
1127	U-235( $n, f$ )	0.296	1
1128	U-235( $n, f$ )	0.287	1
1129	U-235( $n, f$ )	0.265	1
1684	U-238( $n, f$ )	-0.261	4
1685	U-238( $n, f$ )	-0.347	4
1686	U-238( $n, f$ )	-0.419	4
1687	U-238( $n, f$ )	-0.429	4
1688	U-238( $n, f$ )	-0.283	4
2666	Pu-239( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.251	3
2667	Pu-239( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.264	3
2668	Pu-239( $\nu_{\text{bar}}$ )	0.251	3

上の表を見ると各核種の核分裂断面積( $n, f$ )と平均発生中性子数( $\nu_{\text{bar}}$ )に対応する基底成分の値が大きいことが分かる。

#### 5.4 ASS による個々の核データの検証可能性の定量化

2.5 節で提案した手法を用いて個々の核データの検証可能性を示す。その際に用いる積分データとして 5.2 節で作成した 13 次元の ASS を採用する。次の図 26 は 32 個の感度係数ベクトルで構成される 13 次元の ASS を用いた個々の核データの検証可能性を示している。

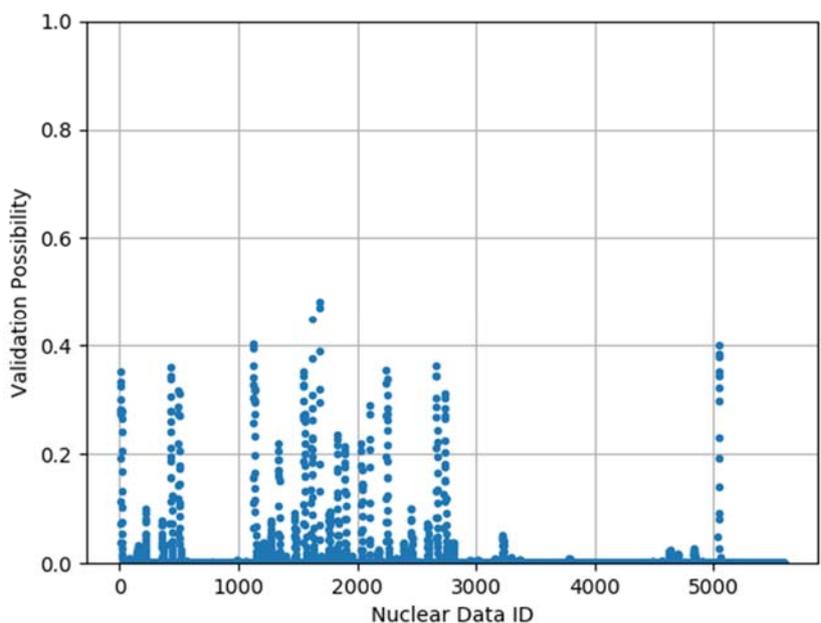


図 26：13 次元の ASS による 70 群の個々の核データの検証可能性

この結果から、32 個の積分データセットを用いた個々の核データの検証可能性は最大でも 0.5 程度であることが分かる。これは全ての核データが ASS より 60 度起き上がったベクトルであることを意味しており、個々の核データを独立に検証することは不可能であることを意味している。次の表 19 に検証可能性が比較的大きい 0.4 以上である核データを示す。

表 19：検証可能性が比較的大きい核データ

Index	Nuclide	Validation possibility
1127	U-235(n,f)	0.404
1619	U-235( $\chi$ )	0.451
1686	U-238(n,f)	0.471
1687	U-238(n,f)	0.482

上の表を見ると検証可能性が大きい核データは核分裂断面積( $n, f$ )と核分裂スペクトル( $\chi$ )であることが分かる。

## 5.5 独立性の高いデータセットの抽出

2.6 節で提案したデータセットの抽出手法を用いて 32 個の感度係数群から ASS を再現できるような独立性の高いデータセットを抽出する。抽出されたデータセットを表 20 に示す。

表 20：抽出されたデータ

Data ID	Name
32	F37/F25 in Flattop-233
1	Jezebel
11	U3MF002-1(U-233 w HEU Ref.)
8	Big-ten
25	F28/F25 in Flattop-U
21	F23/F25 in Jezebel
4	Godiva
28	F49/F25 in Flattop-U
19	F28/F25 in Jezebel
23	F28/F25 in Jezebel-233
5	Flattop-Pu
26	F37/F25 in Flattop-U
27	F23/F25 in Flattop-U
30	F37/F25 in Flattop-Pu
7	Flattop-233
22	F49/F25 in Jezebel
9	Thor(Pu w Th Ref.)
2	Jezebel-Pu

次に抽出したデータの内、最も重要な5つのデータを表 21 に示す。

表 21 : ASS の再構築のために重要である 5 つのデータ

Data ID	Main component	Integral data	Reflector
32	U-233	rrr(Np-237/U-235)	○
1	Pu-239	keff	×
11	U-233	keff	×
8	U-235	keff	○
25	U-235	rrr(U-238/U-235)	○

2.6 節で述べた通り、抽出された順番が早いデータが ASS を再現するためにより重要なデータである。表 21 の 5 つのデータを見るとデータの特徴が偏っていないことが分かる。これは独立性の高いデータを抽出していることを意味する。

次に抽出した感度係数ベクトルから構成される積分データ空間と 13 次元の ASS を比較する。それぞれの空間を構成する 13 個の基底成分の内、空間の構成に支配的な順に 4 個の基底成分をそれぞれ用意した。図 27 に 32 個の感度係数ベクトル群の ASS の基底成分を示す。そして我々が提案した手法によって抽出された 18 個の感度係数群から構成される積分データ空間の基底成分を図 28 に示す。

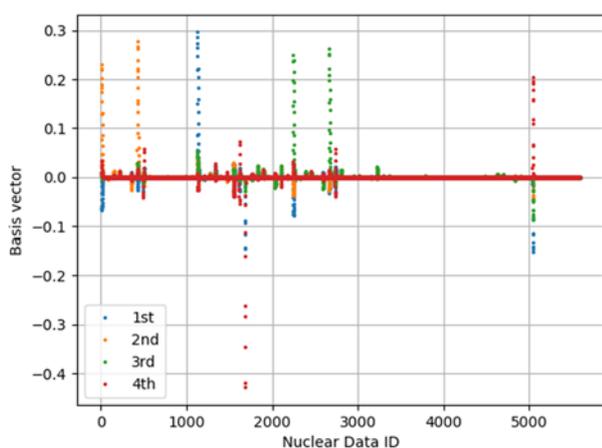


図 27 : ASS の基底成分

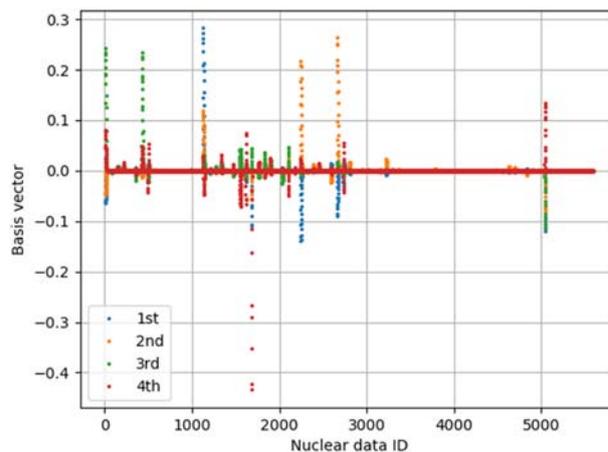


図 28 : 再構築した積分データ空間の基底成分

32 個の感度係数ベクトル群の ASS と 18 個の抽出した感度係数ベクトル群から再構築した積分データ空間の第 1 基底成分から第 4 基底成分までを比較する。図 27 と図 28 より第 1 基底成分と第 4 基底成分の形状がほぼ同じであることが分かる。特に、第 1 基底成分は空間の構成に最も支配的なもので、この結果は再構築した積分データ空間が ASS に似ており、抽出手法に妥当性があることを意味する。また、ASS の第 3 基底成分は再構築した積分データ空間の第 2 基底成分に対応していることが分かる。そして、ASS の第 2 基底成分は再構築した積分データ空間の第 3 基底成分に対応している。基底成分の入れ替えの影響を見るために、各基底成分の空間への寄与度合いを示す特異値成分を図 29、図 30 に示す。

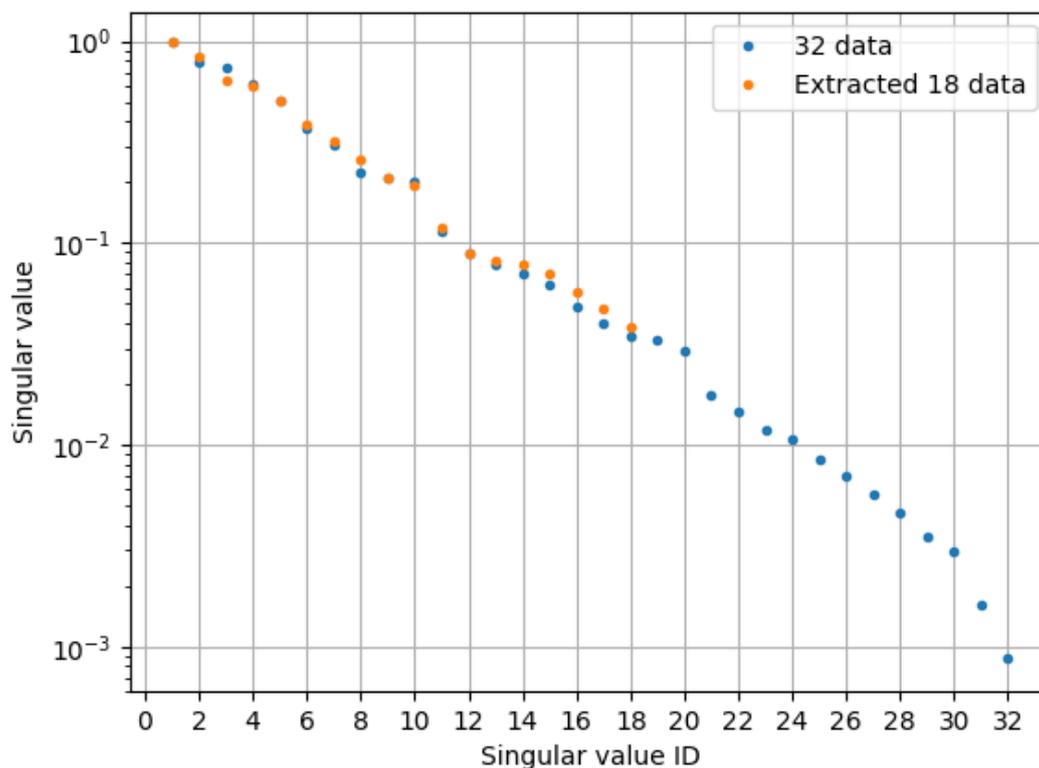


図 29：32 個と抽出した 18 個の感度係数群から成る積分データ空間の特異値成分

次に今回着目している第 1～第 4 基底成分の特異値と対応する基底成分の空間への寄与度合いを表 22、表 23 に示す。

表 22：ASS の特異値

特異値	寄与度[%]
1	31.1
0.796	19.7
0.734	16.7
0.616	11.8

表 23：再構築した積分データ空間の特異値

特異値	寄与度[%]
1	31.3
0.846	22.4
0.641	12.9
0.598	11.2

表 22 と表 23 より基底成分の入れ替えが無かった第 1 基底成分と第 4 基底成分の空間への寄与度合いはほぼ等しく、ASS で第 2 基底成分であった基底成分の空間への寄与度は空間を再構築することによって 6.8%低くなり、ASS で第 3 基底成分であった基底成分の空間への寄与度は約 5.7%大きくなったことが分かる。この結果から、入れ替えのあった基底成分の影響はさほど大きいものではなく、抽出された感度係数データによって ASS に似た積分データ空間を構築することができたと考える。

## 第 6 章 結論

積分データを用いた効率的な核データ検証のために、仮想的な体系の感度係数群と実在する体系の複数種の積分データと核データを扱った感度係数群を対象に以下の 3 点を定量化する手法を提案した。

1. データ群の独立性
2. 個々の核データの検証可能性
3. 独立性の高いデータセットの抽出

その結果、3.に関しては適用した 2 つのケースで手法の妥当性を確認することができた。

また、上記 3 点の手法について、対象の核データのエネルギー群数が異なる場合の影響を調べた。その結果、1.と 3.の手法についてはエネルギー群数が異なっても同じ結果が得られたのに対して、2.はエネルギー群数が多ければ検証可能性が小さくなることを説明した。

## 参考文献

- [1] G. Palmiotti, Et al., NEA/NSC/R (2016) 6 (2017)
- [2] 今里大智、千葉豪、奈良林直、山本泰功、「部分空間法を用いた積分データの有効性の定量化」、北海道大学卒業論文(2017)
- [3] The JEFF team, “JEFF-3.2: Evaluated nuclear data library.” <http://www.oecd-nea.org/dbdata/jeff>, 2014.
- [4] K. Shibata, O. Iwamoto, T. Nakagawa, N. Iwamoto, A. Ichihara, S. Kunieda, S. Chiba, K. Furutaka, N. Otuka, T. Ohsawa, T. Murata, H. Matsunobu, A. Zuk-eran, S. Kamada, and J. Katakura, “JENDL-4.0: A new library for nuclear science and engineering,” J. Nucl. Sci. Technol., Vol. 48, pp. 1–30, 2011.
- [5] Carl D. Meyer(2000) ”Matrix Analysis and Applied Linear Algebra”
- [6] M. Chadwick, M. Herman, Et al., “ENDF/B-VII.1 nuclear data for science and technology: Cross sections, covariances, fission product yields and decay data,” Nuclear Data Sheets, Vol. 112, No. 12, pp. 2887 – 2996, 2011. Special Issue on ENDF/B-VII.1 Library.

## 謝辞

指導教官の千葉豪准教授には研究や修士論文制作の際に多大な手助けをしていただきました。山本泰功助教にも報告会などを通して有意義な助言をしていただきました。協力してくださった先生方に深く感謝致します。また、分からないことを教えてくださった研究室の皆様にも厚く御礼申し上げます。