未臨界系における α 基本モード固有値

千葉豪

平成 25 年 12 月 17 日

均質で漏れが無いエネルギー二群の体系を考える。ここで、核分裂は二群でのみ起こり、核分裂中性子は一群にのみ発生するとする。この場合の k 固有値方程式は以下のように書ける。

$$\Sigma_1\phi_1 = \frac{1}{k}\nu\Sigma_{f,2}\phi_2, \tag{1}$$

$$\Sigma_2\phi_2 = \Sigma_{12}\phi_1 \tag{2}$$

なお、Σ_1、Σ_2 は 1、2 群の除去断面積とする。この方程式を解くと、固有値 k は以下のように求まる。

$$k = \frac{\nu\Sigma_{f,2}\Sigma_{12}}{\Sigma_1\Sigma_2} \tag{3}$$

次に、系を未臨界（$k < 1$）として、α 固有値を求める。

α 固有値方程式は次のように書ける。なお α は正である。

$$\Sigma_1\phi_1 = \nu\Sigma_{f,2}\phi_2 + \frac{\alpha}{v_1}\phi_1, \tag{4}$$

$$\Sigma_2\phi_2 = \Sigma_{12}\phi_1 + \frac{\alpha}{v_2}\phi_2 \tag{5}$$

これを行列形式で書くと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \Sigma_1 - \dfrac{\alpha}{v_1} & -\nu\Sigma_{f,2} \\ -\Sigma_{12} & \Sigma_2 - \dfrac{\alpha}{v_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \tag{6}$$

この行列方程式が意味のある解をもつためには行列 $\mathbf{A}$ の行列式がゼロでなくてはならないので

$$f(\alpha) = \left(\Sigma_1 - \frac{\alpha}{v_1}\right)\left(\Sigma_2 - \frac{\alpha}{v_2}\right) = \Sigma_{12}\nu\Sigma_{f,2} \tag{7}$$

が成り立つ。

ここで、α の解について考えよう。$f(\alpha)$ は下に凸な二次関数であり、$f(\alpha) = 0$ の解は $\alpha = v_1\Sigma_1, v_2\Sigma_2$ である。また、Σ_1 と Σ_2 の大きさを同程度とすると、$v_2\Sigma_2 < v_1\Sigma_1$ である。$\Sigma_{12}\nu\Sigma_{f,2} > 0$ なので、α の解のひとつは $0 < \alpha < v_2\Sigma_2$ にあり、もうひとつは $\alpha > v_1\Sigma_1$ にあることが分かる。系が未臨界であるため、α モードの基本固有値は絶対値が最も小さい α となるので、この系の α モードの基本固有値は $0 < \alpha < v_2\Sigma_2$ となる。従って、v_2 を限りなく小さくした場合には、α モード基本固有値はゼロに近づくことになる。つまり、2 群を v が限りなく小さくなるようなエネルギー領域に設定した場合には α 基本固有値はゼロ近傍の値となる。すなわち、α モードの基本固有値は、エネルギー群構造の切り方に大きく依存するものと考えられる。

臨界から未臨界への過渡変化を考えた場合、減衰する中性子束に最後に残る成分が基本 α モードである。従って、v が限りなく小さいエネルギー群を考えた場合には、α がゼロに近い基本モードが残ることになる。しかし、この場合、このモードが初期中性子束分布に含まれる大きさは非常に小さいと考えられるため、このモード成分は物理的には意味を持たないものであると考える。すなわち、物理的に意味を持ち、最後に残るモード成分は、この場合は基本モードではなく、それ以外のモードではないかと考える。

次に以下の一次元一群の α 固有値方程式を考える。

$$\mu\frac{d\phi}{dx} + \Sigma\phi - \frac{\alpha}{v}\phi = \Sigma_0\phi_0 + S \tag{8}$$

この式では、全断面積を $\Sigma - \alpha/v$ とした場合と等価になるため、散乱比 c は以下のように与えられる。

$$c = \frac{\Sigma_0}{\Sigma - \alpha/v} = \frac{\Sigma_0}{\Sigma_0 + \Sigma_a - \alpha/v} \tag{9}$$

ここで、$\alpha/v > \Sigma_a$ となる程度に α が大きいとすると、$\Sigma_a - \alpha/v < 0$ となるため、$c > 1$ となる。この場合、反復計算は収束しない。従って、α 固有値としては、$\alpha/v < \Sigma_a$ を必ず満たさなければならないと言えるであろう。

もんじゅ未臨界体系（実効増倍率 0.9955）について、α/v を全断面積に補正して k 固有値計算を行い、$k = 1$ となるような α を手動で求めることにより、α モード固有値を計算した。最も値が小さくなる最下群（70 群）の速度 v_{70} を基準値（0.0018eV）から徐々に大きくしていき、それに伴う α の推移を観察した。結果を **Table 1** に示すが、v_{70} が小さい場合、その値に α の値が依存していることが分かる。これは、前述したように、v_{70} が小さい場合には、散乱比が 1.0 以下となる条件を満足するために α も小さくなければならないことによるものと考えられる。一方、v_{70} を大きくした場合、α 固有値の v_{70} 依存性は消えていることが確認できる。

Table 1: α value

v_{70}	α
0.0018eV	2700
0.0018eV*$\sqrt{10}$	4800
0.0018eV*$\sqrt{100}$	8500
0.0018eV*$\sqrt{1000}$	10000
0.0018eV*$\sqrt{10000}$	10000