

局所的に中性子源が置かれた未臨界体系の 中性子束空間分布

千葉豪

平成 26 年 8 月 4 日

未臨界で組成が一様である原子炉を考えよう。ここに局所的に中性子源が置かれた場合、中性子源から離れた位置での中性子束はどのような空間形状となるであろうか？未臨界であるから、指数関数的に減衰していくであろうか。

この問題（というは大袈裟かもしれないが）を考えるため、以下の中性子エネルギー 1 群の 1 次元拡散方程式を考えよう。

$$-D \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a \phi(x) = \nu \Sigma_f \phi(x) + S(x) \quad (1)$$

ここで、中性子源 $S(x)$ は $-a < x < a$ で 1.0、それ以外では 0 であるものとする。

式 (1) は、 $-a < x < a$ 、 $x \geq a$ についてそれぞれ一般解を得ることが出来、 $x = 0$ についての対称条件と、 $x = a$ における中性子束とその勾配（一次微分）の連続性、さらに炉心外側の境界条件を与えることにより、一意解を得ることが出来る。

さて、 $x \geq a$ についての一般解であるが、これは必ずしも指数関数にはならない。

はじめに、 $\Sigma_a > \nu \Sigma_f$ の場合を考えよう。このとき、 $x \geq a$ における式 (1) は次のように書ける。

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{\Sigma_a - \nu \Sigma_f}{D} \phi = B^2 \phi \quad (2)$$

従って、一般解は $\phi(x) = C_1 \exp(Bx) + C_2 \exp(-Bx)$ と書け、 $x \rightarrow \infty$ で $\phi(x) \rightarrow 0$ という条件を与えた場合は、 $\phi(x) = C_2 \exp(-Bx)$ が得られる。この場合は指数関数で減衰していくことになる。また、 $\phi(x) = 0$ のような境界条件を与えた場合には、 $\exp(Bx)$ の項も残ることになると考えられるが、 X が十分に大きければ、おそらく $\exp(-Bx)$ の項が卓越するのではないかと予想される。

次に、 $\Sigma_a = \nu \Sigma_f$ の場合を考えよう。このとき、 $x \geq a$ における式 (1) は次のように書ける。

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{\Sigma_a - \nu \Sigma_f}{D} \phi = 0 \quad (3)$$

従って、一般解は $\phi(x) = C_1 x + C_2$ と書け、一次関数で減衰していくことが分かる。これは $\Sigma_a > \nu \Sigma_f$ のときに、 $B \rightarrow +0$ に漸近させたときに $\phi(x) = \exp(-Bx) \approx 1 - Bx$ と書けることと整合するものである。

最後に、 $\Sigma_a < \nu\Sigma_f$ の場合を考えよう（無限増倍率は 1.0 を超えるが、系からの漏洩量によっては実効増倍率が 1.0 よりも低くなる場合も考えられる）。このとき、 $x \geq a$ における式 (1) は次のように書ける。

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{\nu\Sigma_f - \Sigma_a}{D}\phi = -B^2\phi \quad (4)$$

従って、一般解は $\phi(x) = C_1 \cos(Bx) + C_2 \sin(Bx)$ と書け、三角関数で記述されることが分かる。

以上の点を確認するために、数値計算を行なった。 $\Sigma_a = 0.2$ 、 $\Sigma_s = 0.8$ 、 $D = 1/(3\Sigma_t)$ の媒質を考え、 $\nu\Sigma_f$ の値を 0.19、0.2、0.2003 の 3 通りに変化させ、中性子束分布を計算した。境界条件は、 $x = 0$ で反射、 $x = 50$ で中性子束ゼロとした。また、中性子源は $x < 10$ で単位強さのものを与えた。中性子束の空間分布を Fig. 1 に示す（炉中心の値に規格化している）。 Σ_a と $\nu\Sigma_f$ の大小に応じて、 $x \geq 10$ における中性子束の空間分布が変化する様子が分かる。パラメータによって、直線的に変化する場合があることが興味深い。

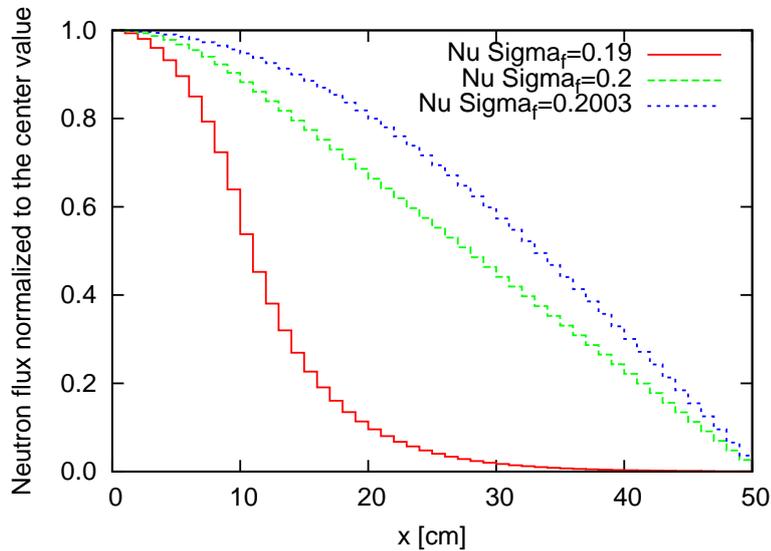


Fig. 1: Neutron flux spatial distribution in sub-critical reactor