

反応度の空間分布と摂動論

千葉豪

平成 26 年 6 月 3 日

ある炉心の基準体系での実効増倍率 k を以下の式で記述する。

$$k = \frac{\langle \nu \Sigma_f \phi \rangle}{\langle \Sigma_a \phi \rangle + L} = \langle \nu \Sigma_f \phi \rangle \quad (1)$$

ここで、両括弧 $\langle \rangle$ は全エネルギー、空間に関する積分を示し、 L は炉心からの中性子漏洩量を示す。なお上式では、核分裂源の総数が k と一致するように中性子束が規格化されているとする（すなわち、 $\langle \Sigma_a \phi \rangle + L = 1$ ）。

次に、中性子吸収断面積 Σ_a に摂動を与えた場合を考え、そのときの実効増倍率 k' を以下の式で記述する。

$$\begin{aligned} k' &= \frac{\langle \nu \Sigma_f \phi' \rangle}{\langle \Sigma_a' \phi' \rangle + L'} \\ &= \frac{\langle \nu \Sigma_f \phi \rangle + \langle \nu \Sigma_f \Delta \phi \rangle}{\langle \Sigma_a \phi \rangle + \langle \Delta \Sigma_a \phi \rangle + \langle \Sigma_a \Delta \phi \rangle + \langle \Delta \Sigma_a \Delta \phi \rangle + L + \Delta L} \\ &= \frac{k + \langle \nu \Sigma_f \Delta \phi \rangle}{1 + \langle \Delta \Sigma_a \phi \rangle + \langle \Sigma_a \Delta \phi \rangle + \langle \Delta \Sigma_a \Delta \phi \rangle + \Delta L} \\ &\approx (k + \langle \nu \Sigma_f \Delta \phi \rangle) \cdot (1 - \langle \Delta \Sigma_a \phi \rangle - \langle \Sigma_a \Delta \phi \rangle - \langle \Delta \Sigma_a \Delta \phi \rangle - \Delta L) \end{aligned} \quad (2)$$

なお、式中の $\Delta \Sigma_a$ は吸収断面積の変動量を示す。 $\Delta \phi$ 、 ΔL についても同様である。

式 (2) に対して二次以降の項を無視すると、以下の式を得る。

$$k' \approx k - k \langle \Delta \Sigma_a \phi \rangle - k \Delta L + \langle \nu \Sigma_f \Delta \phi \rangle - k \langle \Sigma_a \Delta \phi \rangle \quad (3)$$

これより、吸収断面積の摂動に伴う体系の実効増倍率の変動は、演算子（断面積）の摂動による直接的な効果（上式右辺第二項）と、演算子の摂動に伴う中性子束の変動による間接的な効果とに分けられることが分かる。この式は、直接的な効果は断面積が摂動した位置の中性子束の大きさに比例することを示している。一方、一次摂動理論に基づくと、断面積の摂動に伴い印加される反応度は以下の式で書ける。

$$\rho = \frac{-\langle \Delta \Sigma_a \phi^+ \phi \rangle}{I_p} \quad (4)$$

ここで、 ϕ^+ は随伴中性子束であり、 I_p は摂動分母を示す。吸収断面積の摂動を全エネルギーに一律に与えた場合を考えると、仮に ϕ^+ の空間分布が ϕ と類似と見做せるとするならば、 $\rho \approx -\langle \Delta \Sigma_a \phi^2 \rangle / I_p$ と書け、反応度は中性子束の二乗に比例することになる。すなわち、反応度の直接的な効果は中性子束の大きさに比例するが、間接的な効果も考慮することにより、反応度は中性子束の二乗に比例することになることを示唆している。

以上の議論を数値的に確認するため、高速炉燃料を模擬した均質媒質のみからなる一次元の原子炉を考えた。片側の境界条件を完全反射、逆側を真空境界とし、厚さを 70cm とした。また、2cm

毎に1空間メッシュを割り当てた。断面積は70群とし、固有値計算は拡散コードにより行った。それぞれの空間メッシュについて、全ての群の吸収断面積を1%増加させた場合の反応度を厳密摂動理論により計算した。

また、通常の反応度に加えて、反応度の演算子の変動による直接的な成分とそれ以外の間接的な成分を以下の方法により評価した。まず、基準体系について中性子束、実効増倍率を計算した。その後、基準体系で求めた中性子束と摂動体系の巨視的断面積を用いて全炉心の中性子漏洩率、生成率、消滅率を計算し、それから(便宜的に)実効増倍率を定義し、基準体系の実効増倍率からの変動量を求めた。これが演算子の摂動による直接的な効果に対応する。一方、間接的な効果は、摂動体系で求めた中性子束と基準体系の巨視的断面積から同様の手続きで実効増倍率の変動量を計算し評価した。

はじめに、20群(86.5keVから67.4keV)の中性子束の空間分布をFig. 1に示す。これより、中性子束、随伴中性子束ともに余弦分布となっていることが分かる。次に、得られた反応度の空間分布をFig. 2に示す。反応度の直接成分が余弦分布をしていること、間接成分が加わることでより反応度分布は炉中心付近でより大きな値をとること(余弦の二乗に対応する分布となっていること)が確認できる。また、この結果より、炉中心では反応度の直接成分が支配的である一方、炉外周部では間接成分の寄与が大きくなることが分かる。

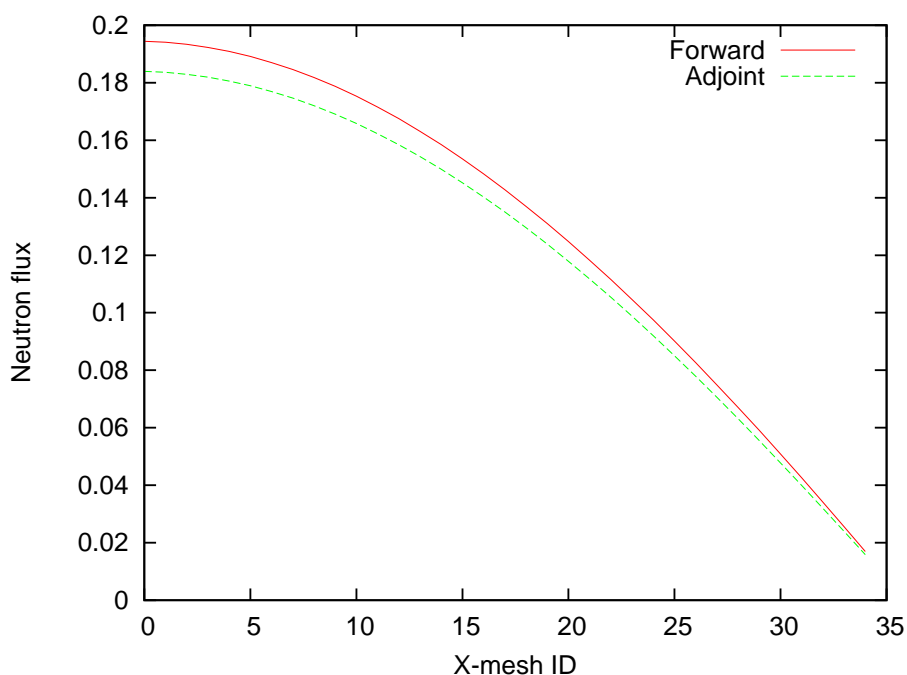


Fig. 1: Spatial distribution of forward and adjoint neutron fluxes

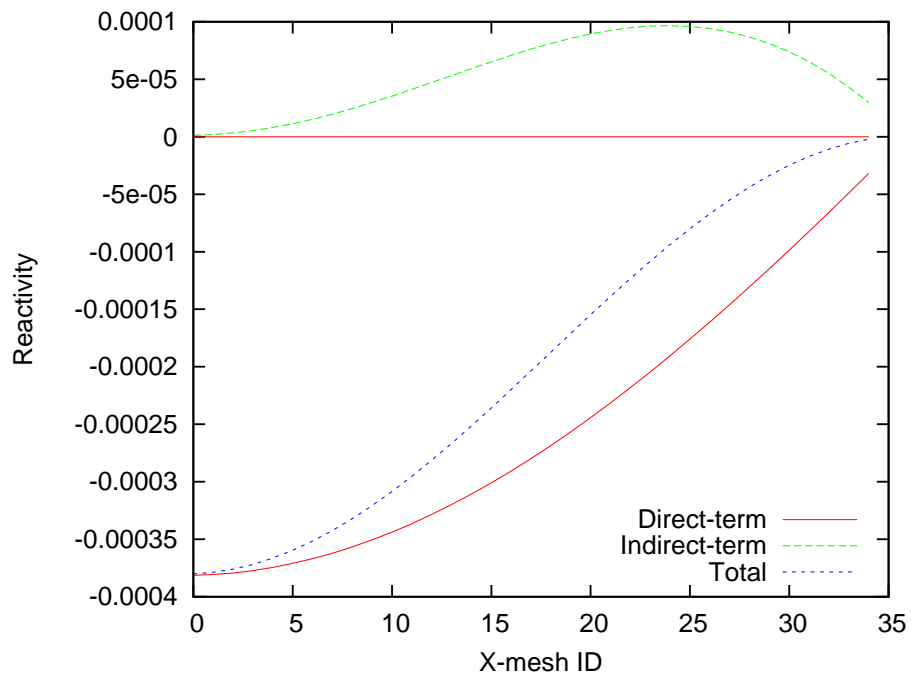


Fig. 2: Spatial distribution of component-wise reactivity