未臨界体系での動特性の基礎

千葉豪

平成 26 年 1 月 22 日

外部源が存在する未臨界体系での一点炉、遅発中性子六群の動特性方程式は以下のように書ける。

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho-\beta}{\Lambda}n+\sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i+s, \tag{1}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda}n-\lambda_i C_i, \qquad (i=1,...,6) \tag{2}$$

定常状態では C_i の時間微分項がゼロになるため、以下の式を得る。

$$C_i=\frac{\beta_i}{\lambda_i\Lambda}n \tag{3}$$

この式は臨界定常状態でも成り立つことから、**定常状態における中性子密度と遅発中性子先行核密度の比は臨界であるなしに関わらず一定値をとる**ことが言える。また、定常状態では n の時間微分項もゼロになることから、以下の式を得る。

$$\frac{\rho-\beta}{\Lambda}n+\sum_{i=1}^{6}\lambda_i C_i+s=0 \tag{4}$$

これに式 (3) を代入すると、以下の式を得る。

$$n=-\frac{\Lambda s}{\rho}=-\frac{l}{k}s\frac{k}{k-1}=\frac{ls}{1-k} \tag{5}$$

未臨界体系の中性子密度が $s/(1-k)$ で書けることはよく知られているが、即発中性子寿命 l にも比例することは興味深い[1]。また、同様に C_i は以下のように書ける。

$$C_i=\frac{\beta_i ks}{\lambda_i(1-k)} \tag{6}$$

こちらは即発中性子寿命には全く依存しない量となるのも、また興味深い[2]。

[1]寿命が長ければ、それだけ即発中性子が「溜まる」ので、中性子密度が大きくなるのであろう。

[2]中性子寿命が長くなって中性子密度が大きくなったとしても、単位時間あたりの核分裂数は減少するわけなので、当然と言えば当然である。

さて、ある未臨界定常状態に対して反応度がステップ状に加えられたと考える（ただし未臨界状態のまま）。この場合の一点炉動特性方程式は以下のように解析的に解くことができる。

まず、一点炉動特性方程式を行列形式で記述する（遅発中性子先行核の家系数は 6 とする）。

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{S} \tag{7}$$

ここで、$\boldsymbol{x}^T = (n, C_1, C_2, ..., C_6)$、$\boldsymbol{S}^T = (s, 0, ..., 0)$ である。この非同次方程式の解は、同次方程式 $d\boldsymbol{x}/dt = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ の一般解と特解の重ね合わせで与えられる。同次解は、逆時間方程式を解くことにより得られる ρ に対応した 7 つの根 ω_i を肩にもつ指数関数の和で与えられる。なお、未臨界体系であるため、ω_i は全て負となる。一方、特解 $\boldsymbol{x}_0$ は、源 s が時間に対して一定である場合には $\boldsymbol{x}_0 = -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{S}$ として与えられる[3]。

同次解は $t \to \infty$ でゼロとなることから、定常状態に達した場合には $\boldsymbol{x} \to -\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{S}$ となる。また、同次解のうち、もっとも ω_i が大きい（絶対値が小さい）ものは、系が臨界に近づくにつれて $\omega_i \to -0$ に漸近する。すなわち、未臨界が深い場合には、同次解の成分は短い時間でゼロに漸近していくため比較的短い時間で定常状態に達するが、系が臨界に近づくにつれて、同次解のうち ω_i が最も大きい成分がなかなか減衰しないため定常状態に達するまで比較的長い時間を要すると考えられる[4]。

上述の考察を確認するため数値計算を行った。定常の未臨界体系にステップ状に反応度が加わったとして、その後の中性子密度の時間変化を計算した。未臨界が浅くなる順に、結果を **Fig. 1** から **Fig. 4** に示す。系が臨界に近づくにつれて、安定状態に達するまでの時間が長くなっていくことを確認できる。なお、この傾向は、外部中性子源をステップ状に増加させた場合でも同様に観察された。

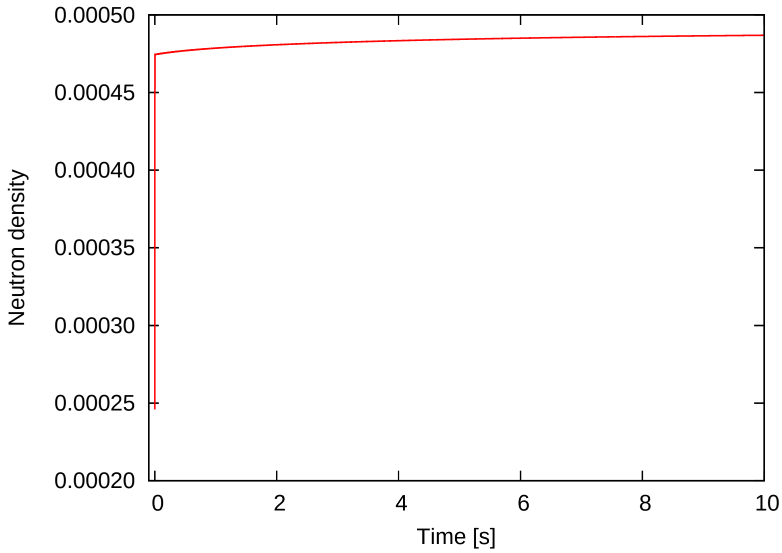

Fig. 1: Time behavior of number of neutrons after reactivity insertion from $k = 0.8$ to $k = 0.9$

[3] 逆時間方程式から、$\rho \neq 0$ の場合には $\det(\boldsymbol{A}) \neq 0$ となり $\boldsymbol{A}^{-1}$ の存在が保証される。

[4] k が非常に 1.0 に近い場合には、定常状態の中性子数は非常に大きな値となる。定常状態に至るまでの時間が未臨界の深さに依存しないとするならば、臨界に近いところでは、たちどころに炉出力が増大してしまうことを意味し、これは非現実的である。

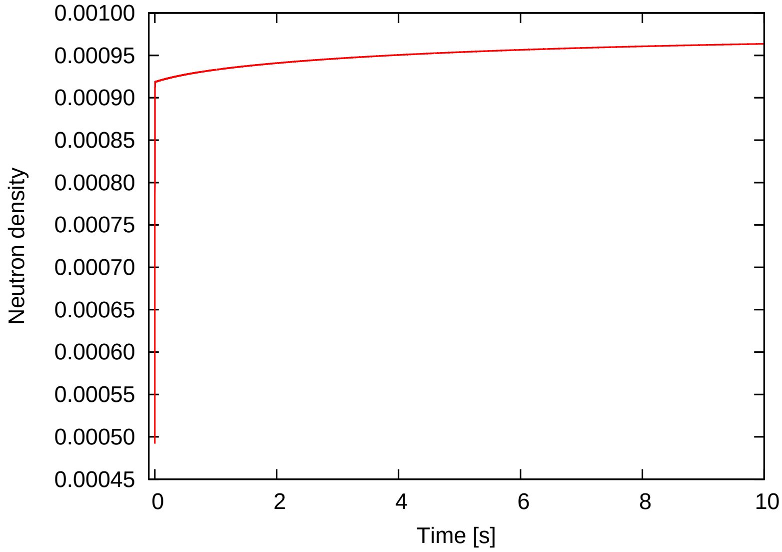

Fig. 2: Time behavior of number of neutrons after reactivity insertion from $k = 0.9$ to $k = 0.95$

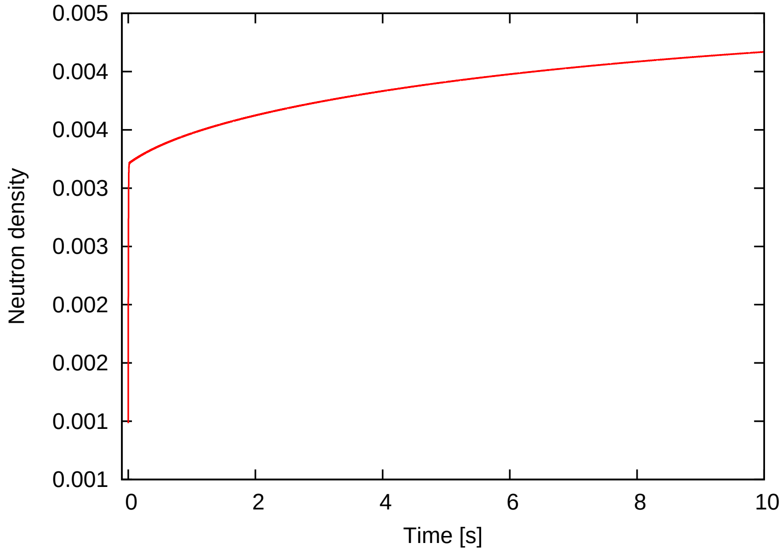

Fig. 3: Time behavior of number of neutrons after reactivity insertion from $k = 0.95$ to $k = 0.99$

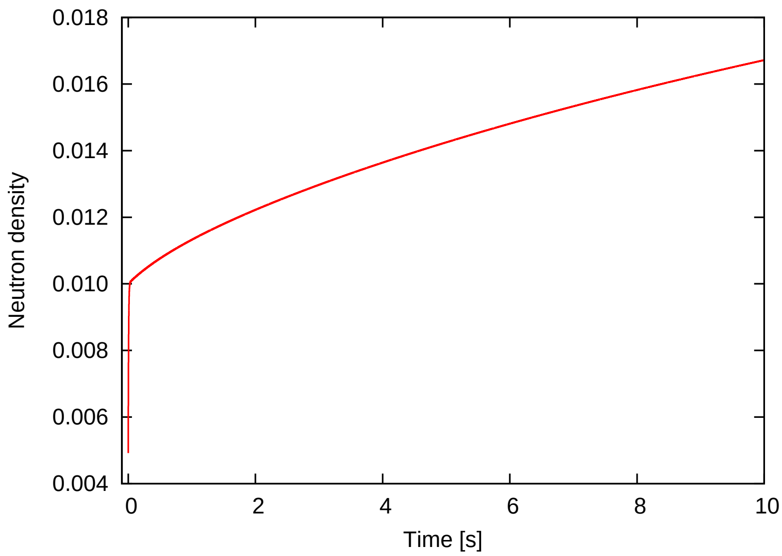

Fig. 4: Time behavior of number of neutrons after reactivity insertion from $k = 0.99$ to $k = 0.999$