エネルギーとレサジー[1]

千葉　豪

ある放射線源を考え、時間 t〜$t+dt$ においてそれから放出される平均の放射線数を $P(t)dt$ とする。横軸に t、縦軸に $P(t)$ をとったものを **Fig. 1** に示す。この図が示すように、一般的には、時間とともに放射線源の強度は低下し、最終的に放出数はゼロに漸近する。

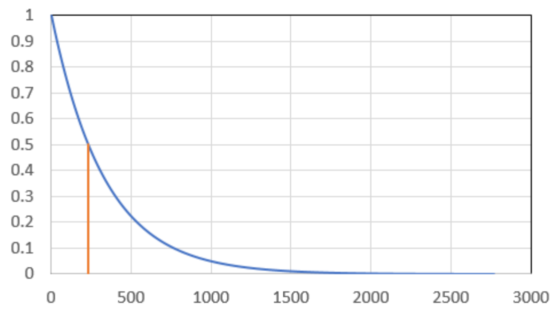

Fig. 1: 平均の放射線放出数

この放射線源からの放射線の総放出数 $\hat{P}$ を以下のように定義する。

$$\hat{P} = \int_0^\infty P(t)dt \tag{1}$$

この放射線源から放出される全放射線のうち、その半数が放出されるまでの時間 t_h について考えると、Fig. 1 に示されているように、$P(t)$ の曲線下部の総面積を半分に分割するような位置（図中の橙色の線）が t_h に対応することは自明であろう。ちなみにこの例では $t_h \approx 230$ となる。

次に、$P(t)$ について横軸を対数として **Fig. 2** のように図示して考える。この図においても、Fig. 1 と同様に $P(t)$ の曲線下部の総面積を半分とするような位置を考えると、このときの t は前述の t_h とは異なることが分かる。つまり、この図では、放射線源から総放出数の半分が放出されるまでの時間は、曲線下部の面積から求められないことが分かる[2]。

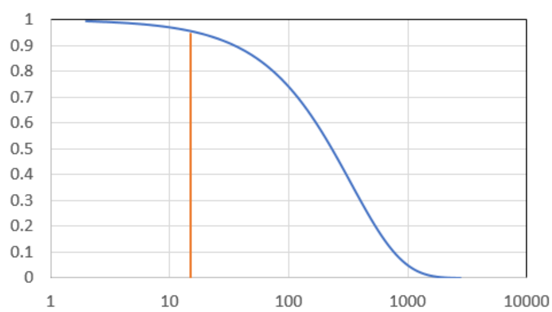

Fig. 2: 平均の放射線放出数（横軸対数）

Fig. 2 のように横軸を対数として図示したときには縦軸を単位「時間」あたりの放出数ではなく、単位「時間の対数」あたりの放出数として図示すればよい。言い換えると、時間 t に対して、時間の対数 $\ln t = t'$ としたとき、「t' から $t'+dt'$ の間に放出される放射線数を $P(t')dt'$ とする」ものとして、$P(t')$ を図示すればよい、ということになる。t と t' は一対一で対応し、t_1 から t_2 で放出される平均の放射線数は t'_1 から t'_2

[1] /Document/Education/EnergyLethargy/
[2]「そんなの当たり前じゃん！」という人は、これ以上読むのはやめてもらってよいです。

で放出される平均の放射線数と等しい。このことは、dt の間に放出される放射線数は dt' で放出される放射線数と等しいことを意味するので、以下の式が成り立つ。

$$P(t)dt = P(t')dt' \tag{2}$$

また、

$$t' = \ln t \tag{3}$$

より、

$$dt' = \frac{1}{t}dt \tag{4}$$

が得られるので、これを式 (2) に代入することにより

$$P(t') = tP(t) \tag{5}$$

が得られる。このことは、横軸を t の対数として図示した場合には、縦軸として $P(t)$ に t を乗じたものを用いることにより、「図中の曲線下部の面積」を「放出数の積分量」に対応づけることができることを意味する。縦軸を $P(t')$（すなわち $tP(t)$）とした放射線放出数を **Fig. 4** に示す。Fig. 1 と同様に、$t_h \approx 230$ で曲線下の面積が等分されていることが分かるであろう。

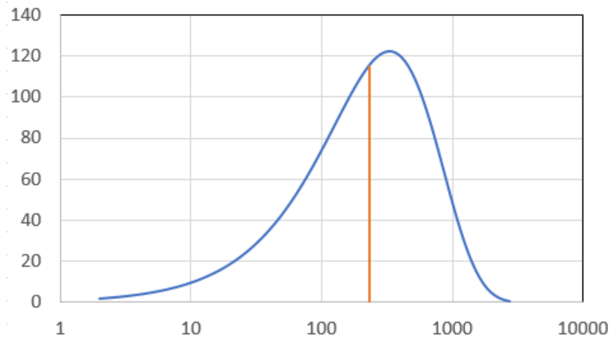

Fig. 3: 平均の放射線放出数（横軸対数、縦軸は単位「時間の対数」あたりの放出数）

このようなケースが現れる例として、中性子束のエネルギースペクトル $\phi(E)$ を、横軸をエネルギーの対数軸で図示する場合が挙げられる。これまでの議論を踏まえると、このような場合は縦軸には $\phi(E)E$ をプロットすればよいことが分かる。

一方、炉物理には「レサジー」という便利な量がある。これは、基準エネルギー E_0 に対して、どの程度中性子が減速されたか（怠惰になったか）を示す量であり、レサジーを u とすると

$$u = \ln(E_0/E) \tag{6}$$

として定義される。レサジーは、符号は異なるものの、エネルギーの対数に相当すると考えることができ、横軸をレサジーについて線形スケール（すなわちエネルギーについて対数スケール）で示した場合は、縦軸を「単位レサジーあたりの中性子束」$\phi(u) = \phi(E)E$ としてプロットすればよいことになる。

減速エネルギー領域では、中性子束のエネルギースペクトルが $1/E$ で近似できることがよく知られている一方、図示された中性子束のエネルギースペクトルが減速領域で平坦になっている場合がある。これは、中性子束のエネルギースペクトルを図示する場合は、通常、横軸をエネルギーの対数でとるため、縦軸として E が乗ぜられた中性子束が示されていることが理由である。

多群の中性子束エネルギースペクトルを、横軸をエネルギーの対数として図示する場合には、縦軸を単位レサジーあたりの中性子束としなければならない。多群の中性子束はエネルギー積分値であるため、それを単位レサジーあたりにするためには、各エネルギー群のレサジー幅で割る必要がある。エネルギー群

g の上下限エネルギーを E_t、E_b とした場合、それぞれに対応するレサジーは $\ln E_0/E_t$、$\ln E_0/E_b$ となるので、このエネルギー群のレサジー幅は、エネルギーの低下に伴いレサジーは増加することを踏まえると、$\ln E_0/E_b - \ln E_0/E_t = \ln E_t/E_b$ となる。SRAC107 群構造での中性子束スペクトルの計算例を **Fig. ??**に示す。左図は多群中性子束をそのまま図示した例であり、0.7 eV 付近など、いくつかのエネルギー境界で中性子束が不連続に変化している様子が観察される。一方、多群中性子束をレサジー幅で割ったものを右図に示すが、中性子束のエネルギー依存性がより滑らかになっていることが分かる。

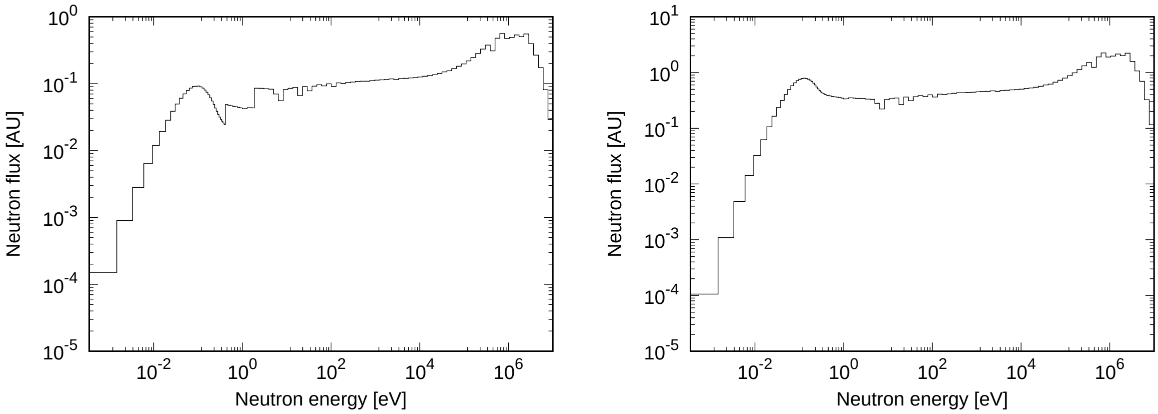

Fig. 4: 多群中性子束スペクトルの計算例