エネルギー群縮約における
角度依存全断面積と Legendre モーメント重み全断面積の関係[1]

2024/3/17 千葉　豪

簡単のため、一次元平板体系について考える。また、変数の位置依存性は省略して記述する。

詳細群輸送方程式の衝突項は以下のように書ける。

$$\Sigma_{t,g}\psi_g(\mu) \tag{1}$$

これについて $q \in g$ の総和をとると以下が得られる。

$$\sum_{q\in g}\Sigma_{t,g}\psi_g(\mu) = \Sigma_{t,q}(\mu)\psi_q(\mu) \tag{2}$$

ここで

$$\Sigma_{t,q}(\mu) = \frac{\displaystyle\sum_{q\in g}\Sigma_{t,g}\psi_g(\mu)}{\psi_q(\mu)} \tag{3}$$

であり、「角度依存全断面積」に対応する。この $\Sigma_{t,q}(\mu)$ を以下のように Legendre 展開する。

$$\Sigma_{t,q}(\mu) = \sum_l \frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\Sigma_{t,l,q} \tag{4}$$

これを式 (2) に代入すると以下が得られる。

$$\begin{aligned}\left(\sum_l \frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\Sigma_{t,l,q}\right)\psi_q(\mu) &= \left(\sum_l \frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\Sigma_{t,l,q}\right)\left(\sum_{l'} \frac{2l+1}{2}P_{l'}(\mu)\phi_{l',q}\right) \\ &= \sum_l \left\{\frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\left(\sum_{l'}\frac{2l'+1}{2}P_{l'}(\mu)\Sigma_{t,l',q}\right)\phi_{l,q}\right\}\end{aligned} \tag{5}$$

一方、詳細群輸送方程式の衝突項における角度中性子束を以下のように Legendre 展開して記述する。

$$\Sigma_{t,g}\sum_l \frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\phi_{l,g} \tag{6}$$

これについて $q \in g$ の総和をとると以下が得られる。

$$\sum_l \frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\sum_{q\in g}\Sigma_{t,g}\phi_{l,g} = \sum_l\left\{\frac{2l+1}{2}P_l(\mu)\hat{\Sigma}_{t,l,q}\phi_{l,q}\right\} \tag{7}$$

ここで、

$$\hat{\Sigma}_{t,l,q} = \frac{\displaystyle\sum_{q\in g}\Sigma_{t,g}\phi_{l,g}}{\phi_{l,q}} \tag{8}$$

であり、「Legendre モーメント重み全断面積」に対応する。

式 (5) と式 (7) は等価となるべきであるため、$\Sigma_{t,l,q}$ と $\hat{\Sigma}_{t,l,q}$ が一致しないことは自明である。

[1] /Document/Study/Activation_JSPS/AngularDepTotal