巨視的動特性パラメータの計算[1]

2018/10/17 千葉　豪

遅発中性子割合 β や先行核の崩壊定数 λ は基本的には物理定数であり、核分裂性核種と先行核群に依存することから、例えば $\beta_{i,j}$、$\lambda_{i,j}$ と表記される。ここで、i は核分裂性核種を、j は先行核群にそれぞれ対応する。空間依存の動特性方程式を解く際に、これらのパラメータを陽に扱うとするならば、この物理定数をそのまま用いればよい。一方、これらのパラメータについて、空間と時間、そして全ての核分裂性核種について平均化されたものを用いると、計算のモデルが簡略化されることになる。このような平均化された動特性パラメータを本稿では**巨視的動特性パラメータ**と呼び、その計算方法について整理することとする。

1　巨視的崩壊定数の算出

ここでは、複数の核分裂性核種から発生する先行核に対して、核種平均の崩壊定数の計算方法について整理する。簡単のため、先行核数は 1 とする。

核分裂性核種 i から発生する先行核の密度を C_i とし、この先行核の崩壊定数を λ_i とする。動特性方程式において、先行核の崩壊定数は先行核密度の積として用いられるため、この平均値 $\bar{\lambda}$ を求めるときには以下のように先行核密度で重み付けすべきと言えるであろう。

$$\bar{\lambda}\sum_i C_i = \sum_i \lambda_i C_i \tag{1}$$

従って、$\bar{\lambda}$ を得るためには先行核密度 C_i の情報が必要となるわけだが、これを動特性計算の結果から求めることは大変面倒である。そこで、何らかの近似を用いることが望ましい。

最初に考えられるのが、臨界定常状態を仮定することである。動特性方程式として以下が得られる。

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}\phi - \lambda_i C_i(t) \tag{2}$$

ここで N_i は核分裂性核種 i の数密度を示す。従って、臨界定常状態の場合には、C_i として以下が得られる。

$$C_i = \frac{\beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}}{\lambda_i} \tag{3}$$

これを式 (1) に代入することによって以下を得る。

$$\frac{1}{\bar{\lambda}} = \frac{\displaystyle\sum_i \frac{\beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}}{\lambda_i}}{\displaystyle\sum_i \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}} \tag{4}$$

また、$N_i\nu\sigma_{f,i}$ の i に対する依存性が小さいとするならば、以下の式が得られる。

$$\frac{1}{\bar{\lambda}} = \frac{\displaystyle\sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i}}{\displaystyle\sum_i \beta_i} \tag{5}$$

一方、臨界定常状態ではなく、$C_i \approx 0$ を仮定した場合には、C_i が従う微分方程式は以下のように記述される。

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}\phi \tag{6}$$

$C_i(0) = 0$ としてこれを解くことによって、以下を得ることができる。

$$C_i(t) = \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}\phi t \tag{7}$$

これを式 (1) に代入することによって以下を得る。

$$\bar{\lambda} = \frac{\displaystyle\sum_i \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}\lambda_i}{\displaystyle\sum_i \beta_i N_i \nu\sigma_{f,i}} \tag{8}$$

[1] /Document/Study/Kinetics/Averaging/

また、$N_i\nu\sigma_{f,i}$ の i に対する依存性が小さいとするならば、以下の式が得られる。

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_i \beta_i \lambda_i}{\sum_i \beta_i} \tag{9}$$

以上では、複数の核分裂性核種があるときの核分裂性核種に関する平均化について述べたが、複数の先行核群があるときの先行核に関する平均化でも考え方は同様である。ただし、このときは $N_i\nu\sigma_{f,i}$ は全ての先行核で共通となるため、式 (5) もしくは (9) が用いられることになる。