

# 核計算の基礎：数値解析の基本

北海道大学工学研究院

千葉 豪<sup>1</sup>

これまでの講義で、中性子拡散方程式を解析的に解くことは、せいぜいエネルギー 2 群の 2 領域問題が限度であり、問題がそれよりも複雑になる場合は数値計算に頼らざるを得ないことを理解していただいたものと思う。

そこで、本稿では、「数値計算の基本」について、拡散方程式を例にして解説を行う。

なお、拡散方程式の数値解法については、これまでも数多くのテキストが作成されており、そういったものを参考にするのが良いであろう。炉物理夏期セミナーテキストであれば、2004 年の第 36 回のテキストでの山本章夫先生執筆「拡散方程式の数値解法の基礎」[1] が全てを網羅しており、大変参考になる。また、2018 年の第 50 回のテキストにおける多田健一氏執筆の「空間均質化誤差低減手法と高速化手法」[2] では内部反復の説明が詳細に行われている。これら 2 つの解説は古典的な方法に基づくものとなっているが、同じ第 50 回のテキストにおける遠藤知弘先生執筆の「Python を利用した核計算 (1) 決定論手法」[3] では、最新の方法・ツール (ライブラリ) が詳細に解説されており、これからを担う世代の方々にとっては、むしろこの遠藤先生のテキストの内容が重要となるかもしれない。

以上で述べたように、すでに優れたテキストが沢山ある状況なので、本稿では、「数値計算の基本」について、少し違った角度からの解説を行ってみたいと考えている。

## 1 離散化と差分化

数値計算の基本的な考え方のひとつは離散化である。これは、本来は連続的に変化するパラメータ (中性子拡散問題の場合は中性子束の空間分布など) について、考えている範囲を複数の有限区間に分割し、その区間内においてそのパラメータは一定値をとると仮定する、というものと考えることができるであろう。従って、例えば 1 次元無限平板原子炉内の空間領域  $[x_L, x_R]$  に対して離散化を行ったとするならば、本来は  $\phi(x)$  で記述されるものが  $\phi(x) \approx \bar{\phi}$  と記述されるということになる。このようにすることで、この領域での  $\phi(x)$  に関わる積分が容易に計算できるようになる。例えば  $\phi(x)$  そのものに対する積分は以下となる。

$$\int_{x_L}^{x_R} \phi(x) dx \approx \bar{\phi} (x_R - x_L) \quad (1)$$

離散化を行うことによって積分計算が容易になる、と理解してもらってもよいかもしれない<sup>2</sup>。

数値計算の基本的な考え方のもうひとつは差分化である。これは、テーラー展開を有限の次数で打ち切ることによって微係数を近似的に評価するというものである。例えば、関数  $f(x)$  の  $x_0$  周りでのテーラー展開近似は以下のように書ける。

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots \quad (2)$$

このとき、テーラー展開近似の 2 次以降を無視することによって、 $x_0$  における微係数  $f'(x_0)$  が以下のように得られる。

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad (3)$$

離散化とは対照的に、差分化を行うことによって微分計算が容易になる、と理解してもらってもよいかもしれない。

<sup>1</sup>go\_chiba@eng.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup>「よいかもしれない」という記述にしているのは、この説明が「離散化」の厳密な定義になっているか、著者にいまいち自信がないからである。「離散化」はむしろ「ある変数に対して連続的に振る舞うパラメータに対して、その変数の特定の値のみに対しての振る舞いを考えること」としたほうが適切かもしれない。ただし、炉物理におけるエネルギーの「群」による取り扱いに対してはこのような説明は不適切のような気がする。

以上で述べた離散化と差分化により拡散方程式の数値解を得ることが出来る。以下ではその手続きについて述べる。

簡単のため、エネルギー 1 群の拡散方程式を考え、中性子源は外部源のみであるとする。このとき、拡散方程式は以下のように書ける。

$$-\frac{d}{dx} \left( D(x) \frac{d\phi(x)}{dx} \right) + \Sigma_a(x)\phi(x) = Q(x) \quad (4)$$

ここで、体系を  $I$  個の小領域 (メッシュ) に分割するものとし、各メッシュでは  $D$  や  $\Sigma_a$  といった定数が一定であるとする。このとき、 $i$  番目のメッシュにおける拡散方程式を以下のように記述する。

$$-D_i \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_{a,i}\phi(x) = Q(x) \quad (5)$$

$\phi(x)$  が原子炉全体において空間的に滑らかであるとするならば、この式の 2 階微分の項に対して差分化を行うことにより議論を進めることが出来るが、原子炉が異なる複数の媒質で構成されるような場合は、 $\phi(x)$  は異なる媒質間で滑らかとはならない<sup>3</sup> ため、この時点での微分項の差分化は断念しよう。

そこで、まずは拡散方程式を  $i$  番目のメッシュで積分することとしよう。このメッシュの左端と右端の位置をそれぞれ  $x_{i,L}$ 、 $x_{i,R}$  としたとき、以下の式を得ることが出来るであろう。

$$-D_i \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,R}} - \left( -D_i \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,L}} \right) + \int_{x_{i,L}}^{x_{i,R}} \Sigma_{a,i}\phi(x)dx = \int_{x_{i,L}}^{x_{i,R}} Q(x)dx \quad (6)$$

なお、ここまでは何の近似も加えていない。ここで、 $\phi(x)$  及び  $Q(x)$  に対して離散化を導入すること、すなわちこの領域で  $\phi(x) \approx \bar{\phi}_i$ 、 $Q(x) \approx \bar{Q}_i$  とすることで、以下の式を得ることが出来る。

$$-D_i \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,R}} - \left( -D_i \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,L}} \right) + \Sigma_{a,i}\bar{\phi}_i\Delta x_i = \bar{Q}_i\Delta x_i \quad (7)$$

なお、 $\Delta x_i = x_{i,R} - x_{i,L}$  である。

次に、 $x = x_{i,R}$ 、 $x_{i,L}$  での微係数  $\frac{d\phi(x)}{dx}$  に対して差分化を導入する。ここでは、このメッシュの中心位置における中性子束が  $\bar{\phi}_i$  となることから、以下のように近似する<sup>4</sup>。

$$\frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,R}} = \frac{\phi(x_{i,R}) - \bar{\phi}_i}{\Delta x_i/2}, \quad (8)$$

$$\frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=x_{i,L}} = \frac{\bar{\phi}_i - \phi(x_{i,L})}{\Delta x_i/2} \quad (9)$$

これらを用いることにより、式 (7) は以下のように書き直せる。

$$-\frac{2D_i}{\Delta x_i} (\phi(x_{i,R}) - \bar{\phi}_i) - \frac{2D_i}{\Delta x_i} (\phi(x_{i,L}) - \bar{\phi}_i) + \Sigma_{a,i}\bar{\phi}_i\Delta x_i = \bar{Q}_i\Delta x_i \quad (10)$$

このようにして、全てのメッシュにおいて  $\bar{\phi}_i$ 、 $\phi(x_{i,R})$ 、 $\phi(x_{i,L})$  の 3 つを未知数とした方程式が得られる。メッシュ数が  $I$  であるので、この方程式の本数は原子炉全体で  $I$  となる。

未知数の個数が  $3I$ 、方程式の本数が  $I$  であるから、方程式としてあと  $2I$  本あれば、(今考えているのが固定源方程式なので) 未知数を一意に定めることが出来る。これについては、外部境界条件の式が 2 本、内

<sup>3</sup> 中性子束とその勾配が空間的に連続である場合には中性子束は滑らかとなるが、拡散方程式においては中性子束と中性子流が空間的に連続となる。拡散近似の下では、中性子流は中性子束の勾配と拡散係数の積として定義されるため、拡散係数が異なる媒質間では中性子束は滑らかとならないことに注意しよう。

<sup>4</sup> 離散化を施していることから、このメッシュのどの位置においても中性子束は  $\bar{\phi}_i$  となるため、メッシュ中心からずれた位置の中性子束をとってもよいのでは？と思うかもしれない。これまでの議論からすると、それでよい筈で、その場合には差分式の分母が  $\Delta x_i/2$  ではない値をとることになるであろう。このあたりは筆者自身も曖昧である。ただ、ここでの説明は離散化、差分化という順番で行ったが、これを差分化、離散化という順番にした場合はどうだろうか？メッシュ中心の位置の中性子束を差分化で用い、その後、離散化においてメッシュ全体において中性子束が中点での値で一定であると仮定する、というものである。本来はこのような順番で説明したほうが混乱を招かないのかもしれない。

部境界条件（中性子束と中性子流の連続性）の式が  $(I - 1) \times 2$  本あるため、これらを加えればよい。未知数  $\bar{\phi}_i$ 、 $\phi_{i,R}$ 、 $\phi_{i,L}$  を要素としてもつベクトルを  $\mathbf{n}$  としたとき、外部源  $\bar{Q}_i$  があるため、 $M\mathbf{n} = \mathbf{q} \neq \mathbf{0}$  という式が得られ、これを解くことで  $\mathbf{n}$  を得ることが出来る。なお、 $M$  は  $3I \times 3I$  の行列となる。

以上では未知数の個数と方程式の本数をいずれも  $3I$  として考えたが、通常はこのようには考えない。例えば、内部境界における中性子束の連続条件は  $\phi(x_{i,R}) = \phi(x_{i+1,L})$  のように書けるので、これを 1 本（原子炉全体では  $I - 2$  本）の方程式として考えるのはちょっと馬鹿らしい<sup>5</sup>。ここで、メッシュ  $i$  と  $i + 1$  における未知数である  $\bar{\phi}_i$ 、 $\phi(x_{i,R})$ 、 $\bar{\phi}_{i+1}$ 、 $\phi(x_{i+1,L})$  について考える。これらは以下の内部境界における中性子束と中性子流の連続条件を満たす。

$$\phi(x_{i,R}) = \phi(x_{i+1,L}), \quad (11)$$

$$-D_i \frac{\phi(x_{i,R}) - \bar{\phi}_i}{\Delta x_i/2} = -D_{i+1} \frac{\bar{\phi}_{i+1} - \phi(x_{i+1,L})}{\Delta x_{i+1}/2} \quad (12)$$

これらより、 $\phi(x_{i,R})$  と  $\phi(x_{i+1,L})$  を以下のように  $\bar{\phi}_i$  と  $\bar{\phi}_{i+1}$  とで記述することが出来る。

$$\phi(x_{i,R}) = \phi(x_{i+1,L}) = \frac{\frac{D_{i+1} \bar{\phi}_{i+1} + D_i \bar{\phi}_i}{\Delta x_{i+1}}}{\frac{D_{i+1}}{\Delta x_{i+1}} + \frac{D_i}{\Delta x_i}} = \frac{\Delta x_i D_{i+1} \bar{\phi}_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i \bar{\phi}_i}{\Delta x_i D_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i} \quad (13)$$

これらより、以下の式が得られる。

$$\phi(x_{i,R}) - \bar{\phi}_i = \frac{\Delta x_i D_{i+1} \bar{\phi}_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i \bar{\phi}_i}{\Delta x_i D_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i} - \bar{\phi}_i = \frac{\Delta x_i D_{i+1} (\bar{\phi}_{i+1} - \bar{\phi}_i)}{\Delta x_i D_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i}, \quad (14)$$

$$\phi(x_{i,L}) - \bar{\phi}_i = \frac{\Delta x_{i-1} D_i \bar{\phi}_i + \Delta x_i D_{i-1} \bar{\phi}_{i-1}}{\Delta x_{i-1} D_i + \Delta x_i D_{i-1}} - \bar{\phi}_i = \frac{\Delta x_i D_{i-1} (\bar{\phi}_{i-1} - \bar{\phi}_i)}{\Delta x_i D_{i-1} + \Delta x_{i-1} D_i} \quad (15)$$

これらを式 (10) に代入すると、以下を得ることが出来る。

$$-\frac{2D_i D_{i+1} (\bar{\phi}_{i+1} - \bar{\phi}_i)}{\Delta x_i D_{i+1} + \Delta x_{i+1} D_i} - \frac{2D_i D_{i-1} (\bar{\phi}_{i-1} - \bar{\phi}_i)}{\Delta x_i D_{i-1} + \Delta x_{i-1} D_i} + \Sigma_{a,i} \bar{\phi}_i \Delta x_i = \bar{Q}_i \Delta x_i \quad (16)$$

外部境界を含むメッシュについても、外部境界条件に応じて式 (16) と同じ形式の式を得ることが出来る。このようにして、全てのメッシュにおいて  $\bar{\phi}_i$  のみを未知数とした方程式が得られることになり、未知数の総数、方程式の本数は原子炉全体でいずれも  $I$  となる。

以下では式 (16) をより簡易的に表現することを試みる。

メッシュ  $i - 1$  と  $i$  の境界上で定義される以下の定数  $C_{i-1/2}$  を定義する。

$$C_{i-1/2} = \frac{2D_i D_{i-1}}{\Delta x_i D_{i-1} + \Delta x_{i-1} D_i} \quad (17)$$

すると、式 (16) は以下のように書き直せる。

$$-C_{i+1/2} (\bar{\phi}_{i+1} - \bar{\phi}_i) - C_{i-1/2} (\bar{\phi}_{i-1} - \bar{\phi}_i) + \Sigma_{a,i} \bar{\phi}_i \Delta x_i = \bar{Q}_i \Delta x_i \quad (18)$$

さらに、この式において未知数を整理し、以下のように書き直す。

$$-C_{i-1/2} \bar{\phi}_{i-1} + \hat{C}_i \bar{\phi}_i - C_{i+1/2} \bar{\phi}_{i+1} = \bar{Q}_i \Delta x_i \quad (19)$$

ここで、

$$\hat{C}_i = C_{i-1/2} + C_{i+1/2} + \Sigma_{a,i} \Delta x_i \quad (20)$$

<sup>5</sup>なお、中性子束をモード展開するような場合には、 $\sum_j c_j(x_{i,R}) \psi_j(x_{i,R}) = \sum_j c_j(x_{i+1,L}) \psi_j(x_{i+1,L})$  のような式となるため、事情は大きく異なる。

である。この  $\hat{C}_i$  は後々重要になるが、隣接メッシュ間の結合に関連するパラメータ  $C_{i-1/2}$ 、 $C_{i+1/2}$  の和に、さらに  $\Sigma_{a,i}\Delta x_i$  が加わったものとなっており、 $\hat{C}_i > C_{i-1/2}$ 、 $\hat{C}_i > C_{i+1/2}$  が成り立つことを心に留めておいてもらいたい。

一次元無限平板均質原子炉におけるメッシュ分割と、各メッシュの中性子束分布及び内部境界での中性子束の概念を Fig. 1 に示す。なお、ここでは均質原子炉を考えているため、拡散係数が全てのメッシュで同一となり、内部境界上の中性子束は、隣接するメッシュにおける中心位置での中性子束を結ぶ線から得られている。

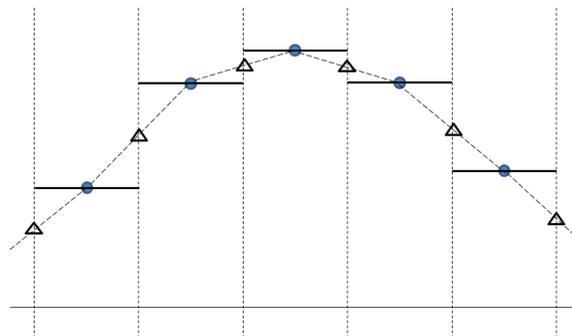


図 1: メッシュ中性子束と内部境界上の中性子束の概念

## 2 外側反復と内側反復

炉物理計算を（古くから）生業としている人で「拡散方程式の数値解法における外部反復と内部反復とは？」と質問されたときにすぐに回答できない人は「モグリ」と言えるだろう。それぐらい、「外部反復と内部反復」は炉物理計算の分野では超基本的な事柄であるため、ここで敢えて解説を行う必要がないかもしれない。

では、そのような質問に対して筆者ならばどう答えるだろうか。以下は、「ガチ」での回答である。まずは外部反復から。

拡散方程式を解く際に、核分裂中性子源のエネルギーと空間分布を仮定してからそれに基づいて全エネルギー群の中性子束を計算によって得る。この中性子束に基づいて核分裂中性子源を再計算して、同様の計算を行い、この繰り返しを核分裂中性子源分布が収束するまで行うのが外部反復である。

偉そうなことを言っている割には、なんだか普通っぽいことしか言っていないような気がしますね。では次は内部反復について。

拡散方程式において外部反復計算で核分裂中性子源を更新する過程では、各エネルギー群において、核分裂中性子源と散乱中性子源が与えられた状態で、その群の中性子束の空間分布を計算する必要がある。ここで繰り返しの計算が必要になり、それが内部反復である。

これも結構俗っぽいというか、かなり普通ですね。ということで、筆者は「モグリ」と言えるかもしれませんが、まあ、解説を続けましょう。ちなみに、対象を（離散座標法に基づく）輸送方程式とするならば、内部反復は以下のように説明できるでしょう。

輸送方程式において外部反復計算で核分裂中性子源を更新する過程では、各エネルギー群において、核分裂中性子源と散乱中性子源が与えられた状態で、その群の中性子束の空間分布を計算する必要がある。各群の中性子束の空間分布を計算するためには各群の自群散乱中性子源の情報が必要になるわけで、いわゆる「卵が先か鶏が先か」と同じような考え方で、中性子束と自群散乱中性子源を交互に更新しながら計算し、これらが収束するまで繰り返し計算を行う必要がある。これが内部反復である。

拡散方程式の場合と異なり、「散乱中性子源の更新」というキーワードが出現しているため、少し説得力が増したような気がします。

話が脱線気味ですが、輸送方程式を数値計算する際には「自群散乱源」があるから内部反復が必要だということでした。拡散方程式には自群散乱という概念が無いにも関わらず、なぜ内部反復が必要になるのでしょうか？これについても「ガチ」で回答してみましょう。

離散座標法に基づく輸送方程式では、角度方向毎に中性子束の空間分布を計算するので、計算すべき中性子束の順番が決まっている。従って、自群散乱が無いとするならば、反復する必要がない。

何だか訳が分かりませんね。この話はここいらでやめておきましょう<sup>6</sup>。

## 2.1 外部反復

多群・多領域の拡散方程式は、離散化と差分化を行うことにより、以下の形式で記述される連立方程式となる。

$$C_{i-1/2,g}\phi_{i-1,g} + \hat{C}_{i,g}\phi_{i,g} + C_{i+1/2,g}\phi_{i+1,g} = \sum_{g'} \Sigma_{g' \rightarrow g} \phi_{i,g'} + \frac{\chi_g}{k} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'} \phi_{i,g'} \quad (21)$$

この式の本数はメッシュ数  $I$  とエネルギー群数  $G$  の積  $IG$  となる。また、未知数の個数も同様に  $IG$  となるので、この連立方程式は以下のように書けることができるであろう。

$$\mathbf{A}\phi = \frac{1}{k}\mathbf{F}\phi \quad (22)$$

ここで、 $1/k$  が乗せられている項（すなわち核分裂源項）が  $\mathbf{F}\phi$  に、それ以外は  $\mathbf{A}\phi$  に含まれることになる。また、ベクトル  $\phi$  の大きさは  $IG$  であり、行列  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{F}$  はいずれも  $IG \times IG$  の大きさを持つ。

行列  $\mathbf{A}$  は正則であるので、式 (22) は以下のように変形できる。

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}\phi = k\phi \quad (23)$$

ここで、新たに行列  $\mathbf{D} \equiv \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$  を定義すると、この式は以下のように書ける。

$$\mathbf{D}\phi = k\phi \quad (24)$$

このように、行列をあるベクトルに作用させたときに元のベクトルの定数倍になるようなとき、このベクトルはその行列の固有ベクトルであり、「定数倍」の「定数」はその行列の固有値となる。固有ベクトルと固有値は「セット」であるが、このセットは複数存在するので、通常はそのことを明示するような以下の書き方をする。

$$\mathbf{D}\mathbf{f}_i = \lambda_i \mathbf{f}_i \quad (25)$$

<sup>6</sup>炉物理計算を理解する上では、実際にその計算理論に基づいてコーディングを行ったことがあるか否かで、理解の深さに大きな違いが生じるものと考えられる。計算理論は論文や関連テキストから学ぶことはできるが、そういったものに目を通しただけでは「身に付けること」は出来ないだろう。筆者はこれまでに、境界要素法拡散コードから始まり、有限体積法拡散コード、離散座標法輸送コード、衝突確率法コード、MOCコード等を自作してきたが、その度に新たな「学び」があった。これから炉物理計算を生業としていく人は、便利なコードはすでに沢山存在するが、是非、自分でコーディングを行って欲しいと思う（というよりも、そもそもコーディング自体がもの凄く楽しい）。そもそも、なぜ私がこのようにいろいろな計算コードを書く機会があったかということ、核燃料サイクル開発機構在籍時に、次世代コードシステム開発のプロジェクトでフランス CEA に 1 年半派遣させていただいたことが大きかったと思う。当地でプロジェクトに関わる仕事も行ったが、基本的には自分の裁量で好きなことを進められる有り余る時間があり、そこでシゴシコ、研究所でも自宅でもコードを書いたように記憶している（あとは論文も沢山読んだ）。このように考えると、大学や研究所の「サバティカル」という制度は良く出来ているものと思う。

ここで、 $\lambda_i$  が  $i$  番目の固有値で、 $\mathbf{f}_i$  がそれに対応する（それと「セット」となる）固有ベクトルである。なお、 $\lambda_i$  については値が大きい順に並ぶものとする（ここでは  $\lambda_i$  は非負であるものとする）。我々が関心を持っている拡散方程式における  $k$  は、固有値のうち値が最大のものであり、中性子束  $\phi$  はそれに対応する固有ベクトルである。この固有値と固有ベクトルのセットを基本モードと呼び、それ以外の固有値、固有ベクトルのセットを高次モードと呼ぶ。以上の議論から明らかなように、拡散方程式を解くということは行列  $\mathbf{D} \equiv \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$  の最大固有値とそれに対応する固有ベクトルを求めるということと同義である。すなわち、行列  $\mathbf{D}$  の固有値と固有ベクトルを何らかの方法で計算できるのであれば、外部反復も内部反復も不要である。

一般的に多次元多領域多群の拡散方程式を解く場合は、この行列  $\mathbf{D}$  のサイズは極めて大きくなるため、固有値と固有ベクトルを計算する際には、何らかの数値解法を導入する必要がある（行列  $\mathbf{A}$  の逆行列を計算することもネックとなる）。例えば式 (24) を

$$(\mathbf{D} - k\mathbf{I})\phi = 0 \quad (26)$$

のように変形し、行列  $(\mathbf{D} - k\mathbf{I})$  が正則とならないような  $k$  を探索するという方法などが考えられるが、炉物理の分野では一般的にはべき乗法と呼ばれる反復解法を用いる。べき乗法とは、最初に何らかのベクトル  $\phi_0$  を仮定したあとに、行列  $\mathbf{D}$  を繰り返し作用させると、そのベクトルが最大固有値に対応する固有ベクトルに漸近していく、というものである。式で書くと以下ようになる。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{D}^n \phi_0 \rightarrow \phi \quad (27)$$

べき乗法における固有ベクトルの初期値を  $\phi_0$  としたが、固有ベクトル群  $\mathbf{f}_i$  は完備性を有しており、いかなる  $\phi_0$  であっても以下のように  $\mathbf{f}_i$  の線形結合で表現できることが分かっている。

$$\phi_0 = \sum_i a_i \mathbf{f}_i \quad (28)$$

従って、べき乗法の過程において、これに  $\mathbf{D}$  を作用させたとき、以下が得られる。

$$\mathbf{D}\phi_0 = \mathbf{D} \sum_i a_i \mathbf{f}_i = \sum_i a_i \mathbf{D}\mathbf{f}_i = \sum_i a_i \lambda_i \mathbf{f}_i = \phi_1 \quad (29)$$

さらに、これに  $\mathbf{D}$  を作用させたとき、同様に以下が得られる。

$$\mathbf{D}\phi_1 = \mathbf{D} \sum_i a_i \lambda_i \mathbf{f}_i = \sum_i a_i \lambda_i \mathbf{D}\mathbf{f}_i = \sum_i a_i (\lambda_i)^2 \mathbf{f}_i = \phi_2 \quad (30)$$

従って、べき乗法の  $n$  回目で得られる  $\phi_n$  は以下のように書けることが分かる。

$$\phi_n = \sum_i a_i (\lambda_i)^n \mathbf{f}_i \quad (31)$$

ここで、 $n \rightarrow \infty$  の場合を考えると、 $\lambda_i$  のうち値が最も大きいものが支配的になるため、 $\phi_n$  において、 $\mathbf{f}_1$  すなわち  $\phi$  のみが「残る」ことになる。

このような計算を行ったとしたならば、 $\lambda_i$  が 1 より大きい成分は  $n$  とともに増加していき、 $\lambda_i$  が 1 より小さい成分は  $n$  とともに減少していくことになる。そこで、実際のべき乗法の計算では、 $\mathbf{D}$  を作用させたあとに規格化を行う。一般的な規格化の方法としては、べき乗法の過程で得られる  $k$  の推定値で  $\phi_n$  を割るというものが挙げられるであろう。このような操作を施すことにより、べき乗法の過程で高次モード成分はゼロに漸近していき、基本モード成分のみが残ることになる。

なお、べき乗法の  $n$  回目において得られた  $\phi_n$  を用いて、以下の式が近似的に成り立つものと考えることが出来る。

$$\mathbf{D}\phi_n \approx k\phi_n \quad (32)$$

従って、例えば  $k$  の推定値を求めるために、以下の式を用いることが出来る。

$$k \approx \frac{\|\mathbf{D}\phi_n\|}{\|\phi_n\|} \quad (33)$$

べき乗法で  $k$  と中性子束を計算するときの、収束解を得るために必要となる繰り返し回数を考えよう。まずはこれまでの議論から明らかなように、計算で求めたい基本モード以外の高次モードがどれだけ早く消えてくれるかが重要となる。高次モードの固有値は「高次」になるに従ってどんどん小さくなっていくから、高次モードのうち、比較的固有値が大きい  $\lambda_2$  や  $\lambda_3$  あたりが重要となる。これらと  $\lambda_1$  との「差異」が重要となるため、 $\lambda_1$  に対するこれらの高次モード固有値の比、すなわち  $\lambda_2/\lambda_1$  や  $\lambda_3/\lambda_1$  の値が小さければよいということになる。ではどのようなときにこの比が小さくなるのであろうか？それは「漏れ」の影響が大きい体系と言える。高次モードはいわゆる「形状バックリング」が基本モードと比べて大きくなるため、中性子の漏れが大きくなり、固有値が小さくなる。体系の中性子増倍に対して、そもそもの漏れの影響が小さい場合には、この「漏れ」の違いが固有値に与える影響は小さくなると考えられるため、高次モード固有値の基本モード固有値に対する差は小さくなり、収束が遅くなる。

また、初期分布の与え方も重要である。例えば、式 (28) における  $a_2$  や  $a_3$  が小さくなるような初期分布を与えることができれば、べき乗法の収束を決めるのは  $\lambda_4/\lambda_1$  ということになり、早い収束が得られる。

さて、外部反復の過程においては、以下のような演算が必要となる。

$$\phi_{i+1} = \mathbf{D}\phi_i = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}\phi_i \quad (34)$$

ここで、 $\phi_i$  はこれまでの反復で得られている中性子束の推定値であり、それに  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}$  を乗じることで新たな推定値として  $\phi_{i+1}$  が得られている。この式を以下のように書き直す。

$$\mathbf{A}\phi_{i+1} = \mathbf{F}\phi_i \quad (35)$$

外部反復では、前回の反復で得られた  $\phi_i$  から核分裂源  $\mathbf{F}\phi_i$  を計算し、それを外部源とした固定源方程式を解いて  $\phi_{i+1}$  を計算する。逆行列  $\mathbf{A}^{-1}$  を求めたり、行列  $\mathbf{A}$  の LU 分解を行ったりといった直接的なアプローチによって  $\phi_{i+1}$  を計算することもできるが、実際には、行列  $\mathbf{A}$  のサイズが非常に大きくなるため、以下のような方法が用いられる。

多群の拡散方程式に対して、離散化と差分化を施した後のものを以下に再掲する。なお、核分裂中性子源項は前の反復計算の結果から得られたものとする。

$$-C_{i-1/2,g}\phi_{i-1,g} + \hat{C}_{i,g}\phi_{i,g} - C_{i+1/2,g}\phi_{i+1,g} = \sum_{g'} \Sigma_{g' \rightarrow g}\phi_{i,g'} + Q_{i,g} \quad (36)$$

この式から明らかなように、拡散方程式の拡散項と吸収項に対応する左辺についてはそのエネルギー群の中性子束のみが現れるが、散乱源項には他の群の中性子束からの寄与が含まれる。ここで重要なのは、中性子のエネルギーがよほど低くない限りは散乱によって中性子は必ずエネルギーを失う、すなわち散乱源には自群より高いエネルギー群の中性子束のみが現れるという点である。従って、空間依存性が無い（一点炉の）多群問題の場合、行列  $\mathbf{A}$  は以下のように書けることになる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ A_{G,1} & A_{G,2} & A_{G,3} & \cdots & A_{G,G} \end{pmatrix} \quad (37)$$

すなわち、行列  $\mathbf{A}$  は下三角行列となるため、一般的な方法でその逆行列を計算する必要はなく、単に高いエネルギー群から逐次計算していけばよいことが分かるであろう。空間依存性を考えた場合は、上で示した

下三角行列が以下のように下三角ブロック行列になるだけである。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}_{2,1} & \mathbf{A}_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{A}_{G,1} & \mathbf{A}_{G,2} & \mathbf{A}_{G,3} & \cdots & \mathbf{A}_{G,G} \end{pmatrix} \quad (38)$$

従って、解くべき方程式は各エネルギー群について以下のような形式となる。

$$\mathbf{A}_{g,g}\phi_g = -\sum_{g' < g} \mathbf{A}_{g,g'}\phi_{g'} + \mathbf{Q}_g \quad (39)$$

高いエネルギーの群から順次計算していけば右辺は既知となるため、我々は最終的に式 (35) と比べてずっと規模の小さい以下の方程式を解けばよいことになる。

$$\mathbf{A}_{g,g}\phi_g = \mathbf{q} \quad (40)$$

以上より、外部反復の計算過程では高いエネルギー群から順次計算していくことが重要となる。

## 2.2 内部反復

式 (40) を陽に記述することを考えると、一次元平板体系であれば以下のような式が得られる。なお、簡略化のため、エネルギー群の表記は無視している。

$$\begin{aligned} \hat{C}_1\phi_1 & -C_{3/2}\phi_2 & & & & = & q_1, \\ -C_{3/2}\phi_1 & +\hat{C}_2\phi_2 & -C_{5/2}\phi_3 & & & = & q_2, \\ & -C_{5/2}\phi_2 & +\hat{C}_3\phi_3 & -C_{7/2}\phi_4 & & = & q_3, \\ & & & & & \dots & \\ & & & & & & \\ & -C_{I-3/2}\phi_{I-2} & +\hat{C}_{I-1}\phi_{I-1} & -C_{I-1/2}\phi_I & & = & q_{I-1}, \\ & & -C_{I-1/2}\phi_{I-1} & +\hat{C}_I\phi_I & & = & q_I \end{aligned} \quad (41)$$

ポイントは、 $i$  番目の式においては、未知数として  $\phi_i$  に加えて左右両隣の  $\phi_{i-1}$  と  $\phi_{i+1}$  のみが現れている、という点にある。当然のことながら、式 (40) において、我々は行列  $\mathbf{A}_{g,g}$  の逆行列を計算できれば  $\phi_g$  を得られるわけであるが、行列  $\mathbf{A}_{g,g}$  がこのようなスカスカな構造を持っているときに、 $\mathbf{A}_{g,g}$  の逆行列を一般的な方法で計算するというのもなかなか馬鹿らしい。さらに、 $\mathbf{A}_{g,g}$  はオリジナルの行列  $\mathbf{A}$  と比べて  $1/G$  倍のサイズになったものの、二次元や三次元問題ともなるとまだまだサイズが大きい行列であり、逆行列を計算するというような直接的な解法の適用は現実的ではない。そこでこの方程式を解くために内部反復を行う。

内部反復のための古典的な計算法としては、点ヤコビ法やガウスザイデル法が挙げられるが、そういったものはすでに文献 [2] 等で詳細に解説されているが、ここでも解説を行うこととする。

はじめに点ヤコビ法であるが、式 (41) の  $i$  番目に着目しよう。

$$-C_{i-1/2}\phi_{i-1} + \hat{C}_i\phi_i - C_{i+1/2}\phi_{i+1} = q_i \quad (42)$$

反復計算なので、この式のうち  $\phi$  の 1 つが計算する対象となり、残りの 2 つの  $\phi$  は前回の反復で得られて既知であるとみなすことになる。では、どれを「計算する対象」とすればよいであろうか？ここで思い出しで欲しいのが、 $\hat{C}_i$  が  $C_{i-1/2}$  や  $C_{i+1/2}$  と比べて、その絶対値がずっと大きいという点である。従って、この式の左辺においては、第二項が最も絶対値が大きくなるものと予想できるであろう。反復計算の過程では必然的に「既知」とする項には誤差が含まれてしまうため、このような支配的となる項を「既知」とした場合には、少しの誤差で「計算する対象」の予測が悪化してしまうということが想像できるであろう。従って、式 (42) を反復計算で解くとするならば、 $\phi_i$  を「計算する対象」としたほうがよいことになる。このよ

うな考え方に基づくと、 $l$  回目の反復が終わったあとの推定値を  $\phi^{(l)}$  と記述したとき、式 (42) は以下のように書き直せる。

$$-C_{i-1/2}\phi_{i-1}^{(l)} + \hat{C}_i\phi_i^{(l+1)} - C_{i+1/2}\phi_{i+1}^{(l)} = q_i \quad (43)$$

このようにして、全ての  $\phi_i$  に対して初期値  $\phi_i^{(0)}$  を仮定したあと、全てのメッシュについて式 (43) により  $\phi_i$  を更新していくのが点ヤコビ法である。点ヤコビ法を Fig. 2 に示す。横方向が空間メッシュ、縦方向が反復回数に対応する。

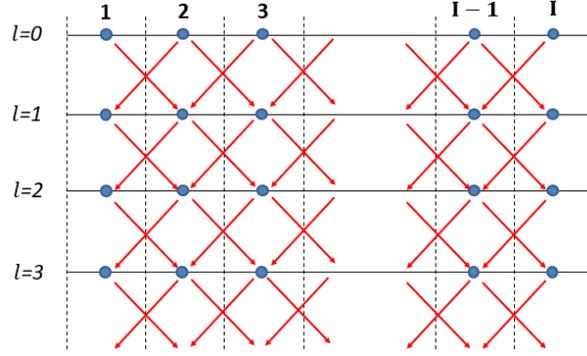


図 2: 点ヤコビ法の場合

点ヤコビ法の収束について考えよう。 $\hat{C}_i$  と  $C_{i-1/2}$ 、 $C_{i+1/2}$  との大小関係を考えた時、 $\hat{C}_i$  が支配的になればなるほど、他のメッシュの中性子束の影響を受けにくく、自メッシュのみで値が決まるといえる。従って、 $\hat{C}_i$  が大きくなるほど収束が速いことになる。 $\hat{C}_i$  には  $\Sigma_{a,i}\Delta x$  が含まれているため、中性子吸収断面積が大きいほど、また、計算メッシュの幅が広いほど、収束が速いということになる。極端な話、中性子吸収断面積が極めて大きいメッシュでは、 $\Sigma_a\phi \approx q$  により、容易に  $\phi$  が決まることが想像できるであろう。計算メッシュについては、メッシュ幅が広ければ、それだけそのメッシュが他のメッシュから受ける影響が小さくなるわけであるから、これも感覚的に理解できるであろう。また、式 (20) で示されているように  $\hat{C}_i$  には  $C_{i-1/2}$  と  $C_{i+1/2}$  も含まれているため、 $C_{i-1/2}$  や  $C_{i+1/2}$  の絶対値が大きいほど、 $\hat{C}_i$  と  $C_{i-1/2}$ 、 $C_{i+1/2}$  との差が大きくなるということが分かる。これら  $C_{i-1/2}$  や  $C_{i+1/2}$  は次的には拡散係数と長さの逆数の積となるため、拡散係数が大きいほど収束が速いといえる。拡散係数が大きいということは、それだけ中性子が拡散しやすい（移動しやすい）ということであり、固有の分布形状に早く落ち着く、ということで、これも感覚的に理解できるであろう。

点ヤコビ法では、ある反復回の計算では計算対象以外の中性子束については前回の反復回の計算結果を利用するが、式 (43) に基づく計算は空間メッシュについて「順番に」行われるため、あるメッシュについて計算するときには、それまでに計算したメッシュの中性子束はすでに更新されていることになる。例えば、左側のメッシュから、すなわち  $i$  が小さい  $\phi_i$  から計算した場合には、 $\phi_i^{(l)}$  を計算するときには  $i' < i$  を満たす  $\phi_{i'}^{(l)}$  はすでに得られていることになる。そこで、このようにすでに同一の反復回で結果が得られている（更新されている）ものについては、それを用いることで収束を速めよう、というのが Gauss-Seidel 法である。左側のメッシュから計算を行うとした場合、Gauss-Seidel 法に基づく式は以下のものとなる。

$$-C_{i-1/2}\phi_{i-1}^{(l+1)} + \hat{C}_i\phi_i^{(l+1)} - C_{i+1/2}\phi_{i+1}^{(l)} = q_i \quad (44)$$

Gauss-Seidel 法を Fig. 3 に示す。

以上で述べた反復解法について、もう少し一般的な議論を行おう。

式 (40) を反復解法によって解くということは、以下の式に対応している。

$$\mathbf{A}_1\phi^{(l+1)} + \mathbf{A}_2\phi^{(l)} = \mathbf{q} \quad (45)$$

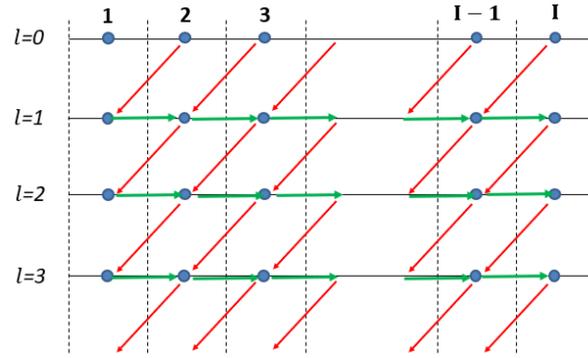


図 3: ガウスザイデル法

これを  $\phi^{(l+1)}$  について整理すると以下ようになる。

$$\phi^{(l+1)} = -\mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{A}_2 \phi^{(l)} + \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{q} = \mathbf{E} \phi^{(l)} + \hat{\mathbf{q}} \quad (46)$$

ここで、反復計算中の推定値  $\phi^{(l)}$  の真値  $\phi$  に対する誤差を考える。真値  $\phi$  は当然以下の式を満足する。

$$\phi = \mathbf{E} \phi + \hat{\mathbf{q}} \quad (47)$$

そこで、式 (46) から式 (47) を差し引くことにより、以下の式が得られる。

$$\phi^{(l+1)} - \phi = \mathbf{E} (\phi^{(l)} - \phi) \quad (48)$$

さて、この反復計算中の推定値の誤差について、その初期値は行列  $\mathbf{E}$  の固有ベクトル群で以下のように記述できる。

$$\phi^{(0)} - \phi = \sum_i a_i \mathbf{f}_i \quad (49)$$

ここで、

$$\mathbf{E} \mathbf{f}_i = \lambda_i \mathbf{f}_i \quad (50)$$

である。外部反復におけるべき乗法の場合と同様に、 $l$  回目の反復での推定値の誤差は、行列  $\mathbf{E}$  の固有ベクトルと固有値により以下のように記述される。

$$\phi^{(l)} - \phi = \sum_i a_i \lambda_i^l \mathbf{f}_i \quad (51)$$

従って、全ての  $\lambda_i$  の絶対値が 1.0 より小さいとするならば、 $l \rightarrow \infty$  のときに、 $\lambda_i^l \rightarrow 0$  となり、 $\phi^{(l)} \rightarrow \phi$  となることが分かる。つまり、内部反復における収束の速さは行列  $\mathbf{E}$  の固有値で決まることになる。

ここで、式 (42) を以下に再掲する。

$$-C_{i-1/2} \phi_{i-1} + \hat{C}_i \phi_i - C_{i+1/2} \phi_{i+1} = q_i \quad (52)$$

以降の議論のために、両辺を  $\hat{C}_i$  で割ることで以下のように  $\phi_i$  の係数を 1.0 とする。

$$-\hat{C}_{i-1/2} \phi_{i-1} + \phi_i - \hat{C}_{i+1/2} \phi_{i+1} = \hat{q}_i \quad (53)$$

このような規格化を行うことにより、行列  $\mathbf{A}$  の対角成分は全て 1.0 となり、 $\hat{C}$  は全て 1 未満となる。我々が解こうとしている式における  $\mathbf{A}$  を、対角成分  $\mathbf{I}$  (単位行列) と、対角位置より左下にある成分のみで構成される下三角行列  $\mathbf{L}$ 、右上にある成分のみで構成される上三角行列  $\mathbf{U}$  に分けて記述する。

$$\mathbf{A} = \mathbf{L} + \mathbf{I} + \mathbf{U} \quad (54)$$

このように記述したとき、点ヤコビ法は以下の式に対応する。

$$\mathbf{I}\phi^{(l+1)} = -(\mathbf{L} + \mathbf{U})\phi^{(l)} + \mathbf{q} \quad (55)$$

従って、行列  $\mathbf{E}$  は以下となる。

$$\mathbf{E}_{PJ} = -\mathbf{I}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{U}) = -(\mathbf{L} + \mathbf{U}) \quad (56)$$

一方、ガウスザイデル法は以下の式に対応する。

$$(\mathbf{L} + \mathbf{I})\phi^{(l+1)} = -\mathbf{U}\phi^{(l)} + \mathbf{q} \quad (57)$$

従って、行列  $\mathbf{E}$  は以下となる。

$$\mathbf{E}_{GS} = -(\mathbf{L} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{U} \quad (58)$$

かなり大雑把な議論をすると、行列の固有値は、行列を構成する要素が小さいほど小さくなるということが言える。逆行列を作用させることによって行列を構成する要素が小さくなると簡単に考えるならば、 $\mathbf{E}_{PJ}$  では  $\mathbf{I}$  の逆行列が乗ぜられるのに対して、 $\mathbf{E}_{GS}$  では  $\mathbf{L}$  と  $\mathbf{I}$  の和の逆行列が乗ぜられるため、 $\mathbf{E}_{GS}$  のほうが固有値が小さくなりそうなことがイメージできるであろう。

簡単な例として以下の  $\mathbf{A}$  行列を考えよう。なお、 $0 < \alpha < 1$  とする。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\alpha & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (59)$$

このとき、

$$\mathbf{E}_{PJ} = \mathbf{I}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ -\alpha & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ -\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad (60)$$

となり、 $\mathbf{E}_{PJ}$  の固有値として  $\pm\alpha$  が得られる。一方、

$$\mathbf{E}_{GS} = (\mathbf{L} + \mathbf{I})^{-1}\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha \\ 0 & -\alpha^2 \end{pmatrix} \quad (61)$$

となり、 $\mathbf{E}_{GS}$  の固有値として、 $0$  と  $\alpha^2$  が得られる。 $\alpha$  の定義 ( $\alpha < 1$ ) より、 $\mathbf{E}_{GS}$  の固有値が  $\mathbf{E}_{PJ}$  よりも小さくなるため、ガウスザイデル法のほうが収束が速いことが分かるであろう。

以上で説明した点ヤコビ法やガウスザイデル法に加えて ADI 法 (Alternating Direction Implicit method) といった方法もあるが、こういったものも「古典的な」手法に位置づけられているようである<sup>7</sup>。これらは定常反復法として分類されているが、文献 [3] でも述べられているように、最近是非定常反復法が一般的に活用されているとのことである。GMRES 法や BiCG-STAB 法などが非定常反復法として挙げられ、それらに基づく数値計算ライブラリも公開されている。非定常反復法の概要については、日本の炉物理分野では、文献 [3] や NEL 田淵氏の (学生時代の) テキスト [4] などで説明されている<sup>8</sup>。また、JAEA の横山氏が開発している MARBLE コードシステムではこういった公開ライブラリに基づく拡散ソルバーが開発されている [5]。これから数値計算を学ぶ人は、点ヤコビ法やガウスザイデル法といった「超古典的な方法」ではなく、GMRES 等の先進的な方法について理解を深めるべきだ、という主張も<sup>9</sup> 耳にするので、ここ

<sup>7</sup>遠藤先生によると。

<sup>8</sup>私自身も、修士のときに、ブロックヤコビ法による反復解法がうまくいかなかったため、共役勾配法 (CG 法) の導入を検討したことがあった。図書館に行き、該当図書のコピーして、研究室で最初の数ページを読んだ後、導入を断念した (難しすぎて)。ちなみに、ブロックヤコビ法がうまくいかなかったのはバグが原因であった。このバグは 2ヶ月くらいかけてようやく見つけたが、その間、直接解法の工夫 (例えばガウスの消去法を適用するときに、未知数の並びを工夫することにより、演算処理量を低減することができる) などを行って何とかしようとしたが、それも根本的な解決には繋がらなかった。ただ、この過程で、何かうまくいかないときは、少し目先を変えたり別のことをやったりすることで新たな突破口に気づくということがある、ということ (つまり、困ったことがあったらほどほどに対処しておくといずれ何とかなるということ?) を学んだ。

<sup>9</sup>遠藤先生の口から。

に付記する<sup>10</sup>。

さて、本稿も最後になるので、外部反復と内部反復については以下のようにまとめておきたい。

- 離散化と差分化を施すことによって、各メッシュの中性子束を未知数とした連立方程式を得ることが出来る。
- (固有値問題の) 拡散方程式の解を得ることは、上記の連立方程式から定義される行列の最大固有値とそれに対応する固有ベクトルを得ることと同義である。
- サイズが大きい行列の最大固有値を得るために、炉物理分野ではべき乗法を用いるのが一般的であり、べき乗法で行われる繰り返し計算が外部反復となる。
- 外部反復中では、エネルギーが高い群から低い群に順番に解くことによって、より規模の小さいエネルギー群毎の計算に分割することが出来る。
- それぞれのエネルギー群での計算でも逆行列の演算が必要となるが、行列のサイズが大きいため反復解法が導入される。これが内部反復である。

## 参考文献

- [1] 山本章夫、「拡散方程式の数値解法の基礎」、第36回炉物理夏期セミナーテキスト、(2004)。
- [2] 多田健一、「空間均質化誤差低減手法と高速化手法」、第50回炉物理夏期セミナーテキスト、(2018)。
- [3] 遠藤知弘、「Python を利用した核計算 (1) 決定論手法」、第50回炉物理夏期セミナーテキスト、(2018)。
- [4] 田淵将人、「第37回炉物理夏期セミナー報告 (3) 炉心計算への Krylov 部分空間法の応用」、炉物理の研究 第58号、(2006)。
- [5] 横山賢治、他、「汎用炉心解析システム MARBLE2 の開発」、JAEA-Data/Code 2015-009 (2015)。

<sup>10</sup> 最近では数値計算ライブラリが充実しており、それらを使えばここで述べたような演算を簡単に行うことが出来る。そのような状況で、点ヤコビ法やガウスザイデル法といった古典的な方法を学ぶ(学生に学んでもらう)ことにどのような意味があるのかということをよく遠藤先生と議論している。例えば、何かの目的(炉物理に関する研究テーマ)があるときに点ヤコビ法やガウスザイデル法が必要になったとするならば、それを自作する必要は無く、公開されている既存ライブラリを導入すればよい。それが目的を達成するというゴールへの早道となる。しかし、学生にとって研究活動というのは、自らのスキルアップを図る重要な教育機会でもある。従って、点ヤコビ法やガウスザイデル法のプログラムの自作を通して学ぶことが、学生にとって何らかの意味があるのならば、それはそれで必要ではないかと思う。炉物理に関連する研究テーマは、やりようによっては極めて容易に行うことも出来る。例えば、MVPコードの入力データを作成し、その結果を示すだけで目的が達成される場合も多々あるだろう。果たしてそれだけでよいのか、という疑問が私自身にはある。